पृष्ठ तनाव (SURFACE TENSION)

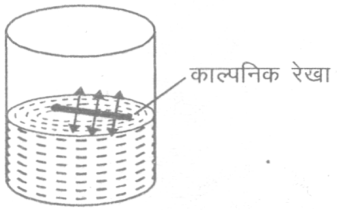
कुछ प्रायोगिक घटनाओ के कारण :

1. सीसे की गेंद गोलीय आकार की होती है।
2. पानी की बूंदे और पारे की बूदे कॉच की प्लेट पर रखने पर गोलीय आकार ग्रहरण करती है।
3. दाढ़ी बनाने के ब्रुष एवं पन्टिग के ब्रुष को पानी में डुबोने पर इनके बाल फेल जाते है, लेकिन जैसे ही इनकों बाहर निकालते है, बाल सिकुड़ जाते है।
4. एक ग्रीस लगी सुई बीकर में पानी की स्वतन्त्र सतह पर रखे जाने पर यह डूबती नहीं है।
5. इसी प्रकार एक कीड़ा पानी की सतह पर बिना डूबे चलता है।
6. पानी की सतह पर रखे जाने पर कपूर के टुकड़े अनियमित रूप से चलते है।

पृष्ठ तनाव :

पृष्ठ तनाव एक दिये गये द्रव का विरामावस्था का गुणधर्म है, जिसके द्वारा द्रव की सतह न्यूनतम क्षेत्रफल में सिकुड़ जाती है तथा एक तनी हुई झिल्ली के रूप में व्यवहार करती है।

द्रव की सतह पर स्पर्ष रेखीय रूप से खींची गई काल्पनिक रेखा पर इकाई लम्बाई दपर लगने वाला बल ही द्रव के पृष्ठ तनाव के रूप में मापा जाता है। दिखाये गये चित्र के अनुसार बल काल्पनिक रेखा के लम्बवत होता है अर्थात पृष्ठ तनाव



$$(T) = \frac{\text{काल्पनिक रेखा के किसी ओर कुल बल } (F)}{\text{रेखा की लम्बाई } (\ell)}$$

पृष्ठ तनाव की विमा :

CGS पद्धति में पृष्ठ–तनाव की विमा ड़ाइन/सेमी (डाईन सेमी $^{-1}$) और SI पद्धति मे विमा (न्यूनटन मीटर $^{-1}$) होती है।

Solved Examples

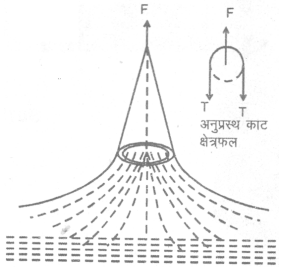
Ex.1 प्लेटिनम नली से 8.5cm आन्तरिक तथा 8.7cm बाह्य व्यास की एक वलय काटी जाती है। यह क्षैतिज अवस्था में एक पलड़े के साथ सन्तुलन अवस्था में इस प्रकार है कि यह कांच के पात्र में भरे पानी के साथ सम्पर्क में है। पानी का पृष्ठ तनाव क्या होगा यदि इसको पानी से बाहर निकालने के लिए 3.97g भार की अतिरिक्त आवष्यकता होती है।

हल : वलय, इसकी आन्तरिक व बाह्य परिधि के साथ पानी के सम्पर्क में है अतः इसको उठाने पर पृष्ठ तनाव के कारण इस पर कुल बल

$$F = T(2\pi r_1 + 2\pi r_2)$$

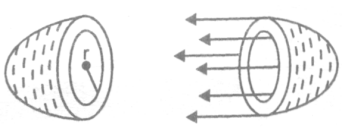
इसलिए $T = \dfrac{mg}{2\pi(r_1 + r_2)}$ $[\because F = mg]$

अर्थात $T = \dfrac{3.97 \times 980}{3.14 \times (8.5 + 8.7)} = 72.13 \text{dyne/cm}$



द्रव की बूँद तथा बुलबुले के अन्दर दाब आधिक्य :

1. **बुलबुले के अन्दर :** r त्रिज्या के साबुन के बुलबुले की कल्पना करते हैं। माना बुलबुले के अन्दर दाब p तथा बाहर p_a है। दाब आाधिक्य $= p - p_a$ है। आधे–आधे टुटे हुए बुलबुलो की कल्पना करते है तथा इनका एक भाग चित्र में प्रदर्षित है। चूंकि यहॉ दो सतह है, आन्तरिक तथा बाहरी।



अतः पृष्ठतनाव के कारण बल =F

= पृष्ठ तनाव $\times$ लम्बाई $= T \times 2$ (बुलबुले की परिधि) $= T \times 2(2\pi r)$.....(1)

दाब आधिक्य $(p-p_a)$ अनुप्रस्थ काट क्षेत्र πr^2 पर कार्य करता है, अतः दाब आधिक्य के कारण बल

$\Rightarrow \quad F=(p-p_a)\pi r^2$ .....(2)

समीकरण (1) द्वारा दिया गया तनाव बल, समीकरण (2) द्वारा दिये गये दाब आधिक्य के कारण बल को सन्तुलित कर देता है अर्थात साम्यवस्था बनाता है।

अर्थात् $(p-p_a)\pi r^2=T\times 2(2\pi r)$ या $(p-p_a)=\dfrac{4T}{r}=p_{\text{आधिक्य}}$

उपरोक्त व्यंजक को वक्राकार सतह की दाब आधिक्य समीकरण में $R_1=R_2$ रखकर भी प्राप्त कर सकते है।

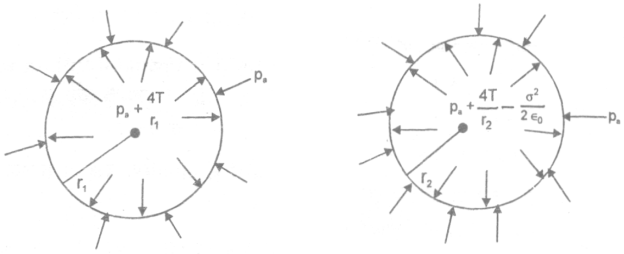
2. **बूँद के अन्दर :** बूँद में, केवल एक सतह होती हैं। अतः दाब आधिक्य को निम्न प्रकार लिख सकते है

$$(p-p_a)=\frac{2T}{r}=p_{\text{आधिक्य}}$$

3. **द्रव में बुलबुले के अन्दर :** $(p-p_a)=\dfrac{2T}{r}=p_{\text{आधिक्य}}$

4. **आवेषित बुलबुले से**

यदि बुलबुले को आवेषित कर दे तो इसकी त्रिज्या बढ़ती है। बुलबुले में आवेष के कारण भी दाब आधिक्य होता है।



बुलबुले में प्रारम्भिक दाब $=p_a+\dfrac{4T}{r_1}$

आवेषित बुलबुले के लिए आन्तरिक दाब $=p_a+\dfrac{4T}{r_2}-\dfrac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$. यहां σ पृष्ठ आवेष धनत्व है। तापमान को नियत मानते हुए बॉयल के नियम से

$$\left(p_a+\frac{4T}{r_1}\right)\frac{4}{3}\pi r_1^{\,3}=\left[p_a+\frac{4T}{r_2}-\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\right]\frac{4}{3}\pi r_2^{\,3}$$

उपरोक्त व्यंजक से आवेषित बूँद की त्रिज्या भी ज्ञात कर सकते है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि आवेषित बुलबुले की त्रिज्या बढ़ती है अर्थात $r_2>r_1$

Solved Examples

Ex.2 हवा का अल्प गोलीय बुलबुला गहरे जार में भरे पारे के स्तम्भ में धीरे–धीरे ऊपर उठता है। यदि 100 सेमी गहराई पर बुलबुले की त्रिज्या 0.1mm हो तो 0.126mm त्रिज्या के लिए गहराई ज्ञात करो ? दिया हैं, पारे का पृष्ठतनाव 567 डाइन/सेमी. माना वायुमण्डलीय दाब 76 सेमी पारे के बराबर है।

Sol. गहराई h_1 पर बुलबुले के अन्दर कुल दाब (P= वायुमण्डलीय दाब) $=(p+h_1\rho g)+\dfrac{2T}{r_1}=p_1$

गहराई $\quad (p+h_2\rho g)+\dfrac{2T}{r_2}=p_2$

बॉयल के नियम से $\quad p_1V_1=p_2V_2$ जबकि $V_1=\dfrac{4}{3}\pi r_1^{\,3}$ और $V_2=\dfrac{4}{3}\pi r_2^{\,3}$

अतः हम प्राप्त करते है $\quad \left[(p+h_1\rho g)+\dfrac{2T}{r_1}\right]\dfrac{4}{3}\pi r_1^3=\left[(p+h_2\rho g)+\dfrac{2T}{r_2}\right]\dfrac{4}{3}\pi r_2^3$

या $\quad \left[(p+h_1\rho g)+\dfrac{2T}{r_1}\right]\pi r_1^3=\left[(p+h_2\rho g)+\dfrac{2T}{r_2}\right]\pi r_2^3$

दिया है।

$h_1 100\text{cm}, r_1=0.1\text{mm}=0.01\text{cm}, r_2=0.126\text{mm}=0.0126\text{cm}, T=567\,\text{dyne/cm}, p=76\text{cm}$ इन सभी मानो को रखने पर $\quad h_2=9.48\text{cm}$

ससंजक बल :

स्मान पदार्थ के अणुओं के बीच में लगने वाला आकर्षण बल संसजक बल कहलाता है। ठोसों में संसजक बल बहुत ज्यादा होता है। इसका कारण यह है कि इस तरह के ठोस निष्चित आकार एवं आकृति रखने है। जबकि द्रव में संसजक बल ठोस की तुलना मे कमजोर होते है। अतः द्रव निष्चित आकार नहीं रखते लेकिन निष्चित आयतन रखते है। गैस में संसजक बल नगण्य होता है। इस तथ्य से गैसें न तो निष्चित आकार रखती है और न ही निष्चित आतयन रखती है।

उदाहरण :

(i) जब द्रव की दो बूदो को अन्योन्य सम्पर्क में लाते है तो वे एक बूंद में बदल जाती है। ऐसा संसजक बल के कारण होता है।

(ii) पानी से गीली सम्पर्क में कॉच की दो प्लेटों को अलग–अलग करना कठिन होता है, क्योंकि पानी के अणुओं के बीच संसजक बल के विरूद्ध बहुत अधिक बल लगाना पड़ता है।

(iii) पारे की बूदों को छोटी बूदों में तोड़ना कठिन होता है, क्योंकि पारे के अणुओ के बीच में अधिक संसजक बल होता है।

आसंजक बल :

विभिन्न पदार्थो के अणुओ के बीच आकर्षण बल आसंजक बल कहलाता है।

उदाहरण :

(i) हमारे द्वारा आसंजक बल के कारण ही चॉक से ब्लैक बोर्ड पर लिखना सम्भव होता है।

(ii) हम आसंजक बल के कारण ही स्याही के पेन से पेपर पर लिखते है।

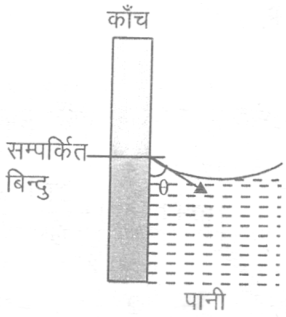
(iii) सीमेन्ट एव ईटो के मध्य अत्यधिक आकर्षण बल के कारण ही निर्माण का कार्य सम्भव होता है।

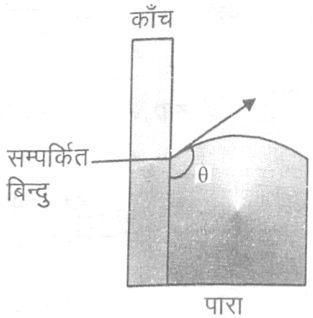
(iv) आसंजक बल के कारण पानी, ग्लास प्लेट को गीला करता है।

(v) फेविकॉल एवं गोंद दो सतहों को जोड़ने के काम आते है क्योंकि यह आसंजक बल के कारण होता है।

स्पर्ष कोण

द्रव के तल (सतह) पर ठोस के उस बिन्दु पर यहॉ यह द्रव के सम्पर्क में है, पर खीची गई स्पर्ष रेखा तथा द्रव के अन्दर ठोस के तल के मध्य बने कोण को स्पर्ष कोण कहते है। वह द्रव जो पात्र की सतह को गीला करते है, (जैसे पानी व कांच की स्थिति में) मे नव चन्द्रक अवतलाकार ऊपर की तरफ बनता है तथा इनका स्पर्ष कोण 90^0 से कम होता है (न्यून कोण भी कहते है)। जबकि वे द्रव जो पात्र की दीवारो को गीला नहीं करते है (जैसे पारा व कांच), में नव चन्द्रक उत्तलाकार ऊपर की तरफ बनता है तथा स्पर्ष कोण 90^0 से ज्यादा होता है (इसे अधिक कोण भी कहते है)। पारे व कांच के बीच स्पर्ष केण लगभग 140^0 होता है। जबकि पानी व कांच के बीच स्पर्ष कोण लगभग 8^0 होता है। परन्तु शुद्ध पानी के लिए कांच के साथ स्पर्ष कोण $\theta = 0^0$ लिया जाता है।





द्रव के नवचन्द्र की आकृति

जब केषनली या नली को द्रव में डुबोया जाता है। तो सम्पर्क बिन्दु के पास द्रव सतह वक्राकार हो जाती है। यह व्रकाकार सतह दो बलो के कारण होती है। अर्थात

(i) संसजक बलो के कारण तथा

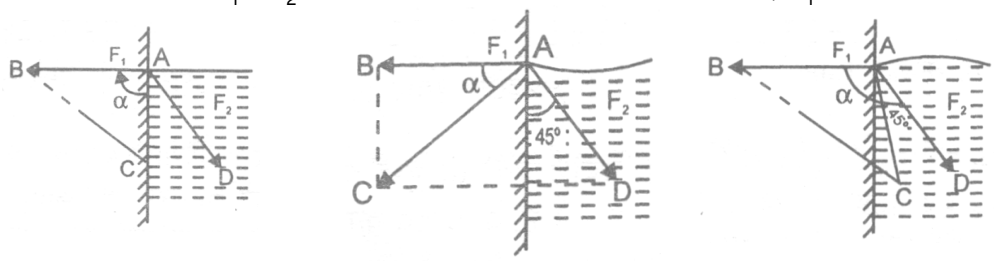
(ii) आसंजक बलो के कारण। द्रव की वक्राकार सतह द्रव का नवचन्द्रक कहलाती है। अणु A पर कार्यरत विभिन्न बल निम्न है

(iii) बल F_1 आसंजक बलो के कारण जो कि नली की दीवार से समकोण पर बाहर की तरफ कार्यरत हैं। इसको AB द्वारा प्रदर्षित करते है।

(iv) बल F_2 संसजक बलो के कारण जो कि ऊर्ध्वाधर से 45^0 के कोण पर कार्यरत है। इसको AD से प्रदर्षित करते है।

(v) अणु A का भार जोकि नली की दीवार के अनुदिष उर्ध्वाधर नीचे की तरफ कार्यरत है।

चुकि अणु का भार बलो F_1 व F_2 की तुलना में नगण्य है। अतः इसको नगण्य मान सकते है। इस प्रकार, केवल दो बल (F_1 व F_2) ही द्रव के अणुओं पर कार्य करते है। ये बल एक दूसरे से 135^0 के कोण पर होते है। परिणामी बल AC द्वारा प्रदर्षित किया जाता है। जो कि F_1 व F_2 के मान पर निर्भर करता है। माना परिणामी बल, F_1 से α कोण बनाता है।



(a) (b) (c)

सदिषों के समान्तर चतुर्भुज नियत से –

$$\tan\alpha = \frac{F_2 \sin 135^0}{F_1 + F_2 \cos 135^0} = \frac{F_2/\sqrt{2}}{F_1 - F_2/\sqrt{2}} = \frac{F_2}{\sqrt{2}F_1 - F_2}$$

मुख्य स्थितियॉ

(i) यदि $F_2 = \sqrt{2}F_1$ तो $\tan\alpha = \infty \therefore \alpha = 90^0$

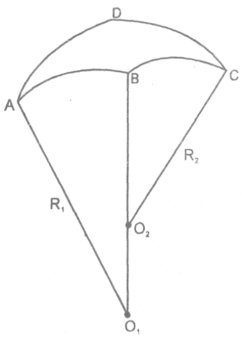
तो परिणामी बल उर्ध्वाधर नीचे की तरफ होगा तथा नवचन्द्र समतल या क्षैतिज होगा जैसा की चित्र (a) में प्रदर्षित है।
उदाहरण : चांदी की नली में भरा शुद्ध पानी

(ii) यदि $F_2 < \sqrt{2}F_1$ हो तो $\tan\alpha$ धनात्मक होगा $\therefore \alpha$ एक न्यून कोण है। अतः परिणामी बल द्रव सतह के बाहर की और होगा तथा नवचन्द्रक ऊपर की तरफ अवतल होगा (चित्र (b))। यह तब सम्भव है जब द्रव कोषिका नली की दीवार को गीला करें।
उदाहरण कॉच की केष नली में जल

(iii) यदि $F_2 > \sqrt{2}F_1$ हो तो $\tan\alpha$ ऋणात्मक होगा $\therefore \alpha$ अधिक कोण है। अर्थात परिणामी बल द्रव सतह के अंदर की ओर होगा अर्थात नव चन्द्रक ऊपर की तरफ उत्तल होगा (चित्र(c))। यह तब सम्भव है जब द्रव केषनली की दीवार को गीला नही करे।
उदाहरण कॉच की केषनली में पारा।

पृष्ठतनाव, वक्रता त्रिज्या तथा वक्राकार सतह के दाब आधिक्य मे सम्बन्ध

द्रव की वक्राकार सतह के एक अल्पांष ABCD (चित्र) की कल्पना करते है। जो कि ऊपर से उत्तल है। R_1 व R_2 क्रमषः अधिकतम व न्यूनतम वक्रता त्रिज्याए हैं। ये त्रिज्याऍ सतह की मुख्यवक्रता त्रिज्याऐं कहलाती है माना अवतल सतह की तरफ की तरफ दाब आधिक्य p है। तो



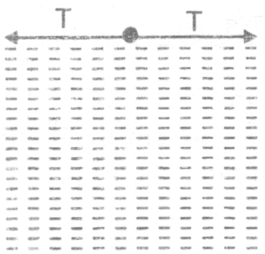
$p = T\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ यदि द्रव सतह की जगह की द्रव फिल्म हो तो उपरोक्त व्यंजक

$p = 2T\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, होता है, क्योकि फिल्म में दो सतह होती है।

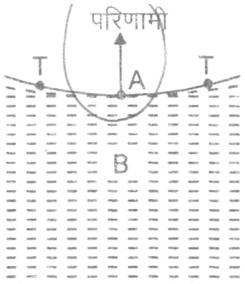
वक्राकार सतहो के अन्दर दाब आधिक्य

1. **समतल सतह** : यदि द्रव की सतह सतमल है. (चित्र (a) में प्रदर्षित है) तो द्रव की सतह पर उपस्थित अणु सभी दिषाओं में समान रूप से आकर्षित होते है।

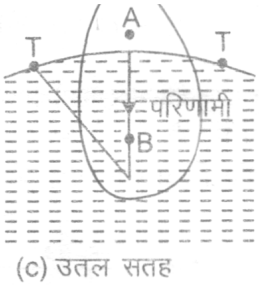
2. **अवतल सतह** : यदि द्रव की सतह ऊपर की तरफ अवतल है (जैसा की चित्र (b) में प्रदर्षित है।) तो पृष्ठ तनाव के कारण अणु पर कार्यरत परिणामी बल ऊपर की तरफ कार्यरत होगा। चूंकि अणु द्रव सतह पर साम्यवस्था में है , अतः अवतल सतह की तरफ उर्ध्वाधर नीचे की ओर दाब आधिक्य होगा जो कि पृष्ठतनाव के परिणामी बल को सन्तुलित करेगा $p_A - p_B = \frac{2T}{r}$ है।



(a) समतल सतह



(a) अवतल सतह



(c) उत्तल सतह

3. **उत्तल सतह** : यदि सतह उत्तल हो (चित्र (c) में प्रदर्षित है) तो पृष्ठ तनाव के कारण परिणामी बल उर्ध्वाधर नीचे की तरफ होगा । चूंकि द्रव सतह पर स्थिति अणु साम्यवस्था मे है अतः द्रव की अवतल सतह की तरफ दाब आधिक्य उर्ध्वाधर ऊपर की तरफ कार्यरत होगा जो कि पृष्ठ तनाव के कारण परिणामी बल को सन्तुलित करेगा अतः उत्तल सतह की तुना में वक्राकार सतह की अवतल सतह की तरफ हमेषा दाब आधिक्य होगा $p_B - p_A = \frac{2T}{r}$

Solved Examples

Ex.3 एक दाबमापी में $1.44\times10^{-3}m$ तथा 7.2×10^{-4} त्रिज्या की दो केषनलिया है। यदि पतली नली में द्रव की ऊँचाई, चौड़ी नली की अपेक्षा 0.2m ज्यादा हो तो वास्तविक दाबान्तर ज्ञात करे ? द्रव का घनत्व $=10^3 kg/m^3$, पृष्ठ तनाव $=72\times10^{-3}N/m$ तथा $g=9.8m/s^2$ दिये गये है।

Sol. माना r_1 तथा r_2 त्रिज्या की मोटी व पतली नलियो में दाब क्रमषः p_1 तथा p_2 है।
मोटी व पतली नलियों के नवचन्द्रको के ठीक नीचे दाब क्रमषः –
$\left(p_1-\frac{2T}{r_1}\right)$ तथा $\left(p_2-\frac{2T}{r_2}\right)$ होगा [दाब आधिक्य $=\frac{2T}{r}$]

इन दाबो का अन्तर $=\left(p_1-\frac{2T}{r_1}\right)-\left(p_2-\frac{2T}{r_2}\right)=h\rho g$

$\therefore$ वास्तविक दाबान्तर $=p_1-p_2$

$$=h\rho g+2T\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

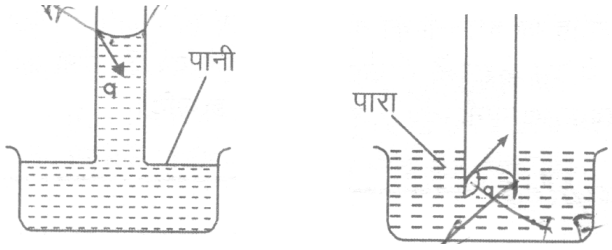
$$=0.2\times10^3\times9.8+2\times72\times10^{-3}\left[\frac{1}{1.44\times10^{-3}}-\frac{1}{7.2\times10^{-4}}\right]$$

$$=1.86\times10^3=1860N/m^2$$

केषिकात्व

कांच की बहुत पतली बारीक नली को केषनली कहते है। यदि केषनली को पानी में डुबोया जाय तो पानी, नली की आन्तरिक सतह को गीला करता है तथा इसमें ऊपर चढ़ता है (चित्र (a))। यदि समान केषनली को पारे में डुबोया जाय तो पारा नीचे गिरता है (जैसा कि चित्र (b) में प्रदर्षित है।)।

केषनली में द्रव के चढ़ने व गिरने की घटना को केषिकात्व कहते है।



केषिकात्व के भौतिक अनुप्रयोग

1. लालटेन की बत्ती में तेल केषिकात्व के कारण ऊपर चढ़ता है।

2. पेन के निव का सिरा दो भागो में बटॉ रहता है जिससे निब के अन्दर पतली केषनली बन जाती है। जिसमें स्याही ऊपर की तरफ चढ़ती है।

3. केषिकात्व के कारण पेड़ो के ऊपरी सिरे तक पानी व खनिज लवण पहुँचते है।

4. यदि तौलिये का एक सिरा पानी में डुबो दिया जाय तो बाल्टी के ऊपर स्थित दूसरा सिरा भी केषिकात्व के कारण गीला हो जाता है।

5. स्याही सोख्ता कागज केषिकात्व के कारण ही स्याही सोखता है।

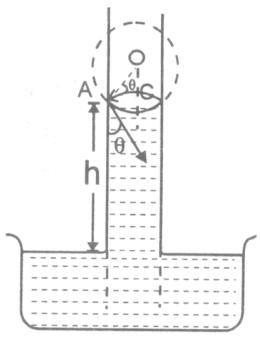
6. मिट्टी की तुलना में रेत सुखी होती है। क्योकि रेत के कणों में केषनली बारीब नही होती तथा तथा केषनली का पानी ऊपर नही चढ़ पाता।

7. मिट्टी में उपस्थित केषनलियों से पानी ऊपर चढ़ता है तथा यहॉ से वाष्पित हो जाता है। मिट्टी मे नमी बनाये रखने के लिए केषनलीयों को तोड़ना जरूरी है। इसलिए खेतों की जुताई की जाती है।

8. ईंटे छिद्र युयक्त होती है जो कि केषनली का कार्य करती है।

केषिकात्व उठाव (केषनली में द्रव की ऊँचाई) उन्नयन सुत्र

ऐसे द्रव की कल्पना करते है जो नली की दीवार को गीला करे, यह चित्रानुसार अवतल नवचन्द्रक बनाता है। r त्रिज्या की केषनली की कल्पना करते है। जो कि घनत्व ρ तथा T पृष्ठ तनाव वाले द्रव में डुबी हुई है। माना h वह ऊँचाई है। जहॉ तक द्रव नली मे चढ़ता है। माना नवचन्द्रक की अवतल सतह की तरफ दाब p तथा नवचन्द्रक की उत्तल सतह की तरफ दाब p_a है।



दाब आधिक्य $(p-p_a)$ निम्न द्वारा दिया जाता है $(p-p_a)=\frac{2T}{R}$

यहॉ R नवचन्द्रक की त्रिज्या हैं। दाब आधिक्य के कारण द्रव केष्नली में ऊपर तब तक उठता है, जब यह द्रव स्थैतिक दाब hpg के बराबर नही हो जाता है।

दाब आधिक्य = द्रवस्थैतिक दाब

$$\frac{2T}{R}=hpg$$

मना θ स्पर्ष कोण तथा r केषनली की त्रिज्या है (चित्र)।

त्रिभुज $\Delta OAC, \frac{OC}{OA} = \cos\theta$ or $R = \frac{r}{\cos\theta} \Rightarrow h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$

यह सुत्र उन्नयन सूत्र कहलाता है।

निष्कर्ष :

(i) ऐसे द्रव जो कांच की सतह या केषनली को गीला करते है, के लिए स्पर्ष कोण $\theta < 90^0$ होता है। अतः $\cos\theta =$ धनात्मक, अर्थात् h= धनात्मक, ये द्रव केषनली में ऊपर चढ़ते है। अतः जो द्रव केषनली को गीला करते है। वह केषनली में ऊपर चढ़ते है। उदाहरण पनी, दूध, करोसीन तेल, पेट्रोल इत्यादि।

Solved Examples

Ex.4 1.5 विषिष्ठ घनत्व का द्रव 0.50mm व्यास की केषनली में 3.0cm तक चढ़ता है तथा द्रव नली की दीवारों को गीला करता है। इस द्रव के नीचे स्थित 1.0cm व्यास के बुलबुले में दाब आधिक्य ज्ञात करों। स्पर्ष कोण $= 0^0$ ।

Sol. द्रव का पृष्ठ तनाव

$$T = \frac{rh\rho g}{2}$$

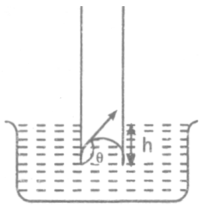
$$= \frac{(0.025cm)(3.0cm)(1.5gm/cm^3)(980cm/sec^2)}{2}$$

$$= 55 dyne/cm.$$

बुलबुले के अन्दर दाब आधिक्य

$$p = \frac{4T}{R} = \frac{4\times 55 dyne/cm}{(0.5cm)} = 440 dyne/cm^2$$

(ii) ऐसे द्रव जो केषनली को गीला नही करते है, का स्पर्ष कोण $\theta > 90^0$ होता है। अतः $\cos\theta =$ ऋणात्मक $\Rightarrow h =$ ऋणात्मक अर्थात ऐसे द्रव जो केषनली को गीला नही करते वे केषनली में नीचे गिरते है।
उदाहरण : पारा

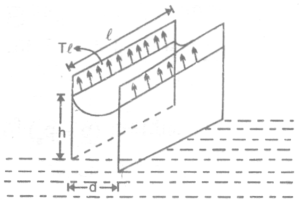


(iii) T, θ, ρ तथा g नियत हो तो $h \propto \frac{1}{r}$ होगा अर्थात पतली नली में द्रव ज्यादा चढ़ेगा तथा मोटी नली में कम ऊचाई तक चढ़ेगा। इसको जुरीन का नियम कहते है।

(iv) यदि दो समान्तर प्लेटो के बीच की दूरी d हो तथा इनको पानी पर रखा जाये (चित्र) तो पानी द्वारा प्राप्त ऊँचाई –

$\Rightarrow 2T\ell = \rho\ell hdg$

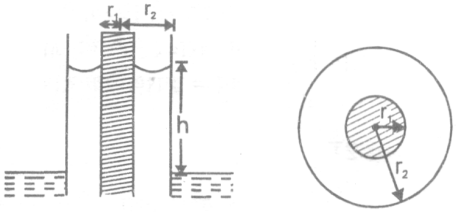
$$h = \frac{2T}{\rho dg}$$



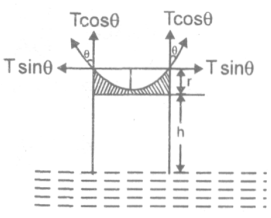
(v) यदि दो सकेन्द्रीय 'r_1' तथा 'r_2' त्रिज्या की नलियों (आन्तरिक नली ठोस है।) को पानी में रखने पर, पानी द्वारा प्राप्त ऊचाई

$\Rightarrow T[2\pi r_1 + 2\pi r_2] = [\pi r^2_2 h - \pi r^2_1 h]\rho g$

$$h = \frac{2T}{(r_2 - r_1)\rho g}$$



(vi) यदि नवचन्द्र में चढ़े द्रव के भार की कल्पना करे तो



$$T\cos\theta\times 2\pi r=\left[\pi r^2 h+\frac{1}{3}\pi r^2\times r\right]\rho g$$

$$\left[h+\frac{r}{3}\right]=\frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$$

(vii) यदि केषनली (त्रिज्या r) उर्ध्वाधर हो तो ऊपरी नवचन्द्रक अवतल होगा तथा पृष्ठ तनाव के कारण दाब ठीक उर्ध्वाधर ऊपर की तरफ होगा तथा यह $p_1=\frac{2T}{R_1}$ से दिया जाता है, यहां

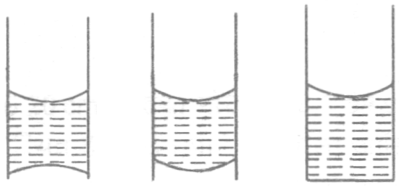
$R_1=$ ऊपरी नवचन्द्र की त्रिज्या है।

द्रव–स्थैतिक दाब $p_2=h\rho g$ हमेषा नीचे की तरफ कार्यरत होगा।

यदि $p_1>p_2$ अर्थात् साम्यवस्था के लिए परिणामी दाब नीचे की तरफ होगा, निचले नवचन्द्र के कारण दाब नीचे की तरफ होगा। जिसके कारण निचला नवचन्द्रक नीचे की तरफ अवतल होगा (चित्र a)। निचले नवचन्द्रक की त्रिज्या R_2 निम्न द्वारा दी जा सकती $\frac{2T}{R_2}=(p_1-p_2)$ है।

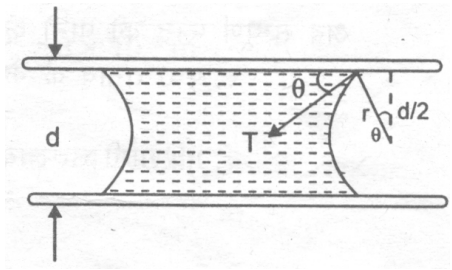
यदि $p_1<p_2$ हो तो साम्यवस्था के लिए परिणामी दाब नीचे की तरफ होगा। निचले नवचन्द्रक के कारण दाब ऊपर की तरफ होगा जो कि निचले नवचन्द्रक को ऊपर की तरफ उत्तल बनाएगा (चित्र b))। निचले नवचन्द्रक की त्रिज्या के लिए

$$\frac{2T}{R_2}=p_2-p_1$$



यदि $p_1=p_2$ हो तो परिणामी दाब अनुपस्थित होगा तथा $p_1-p_2=\frac{2T}{R_2}=0$ या, $R_2=\infty$ अर्थात् निचली सतह समतल होगी। (चित्र (c))

(viii) **दो प्लेटो के बीच द्रव –** एक दूसरे के ऊपर रखी दो कांच की प्लेटो के बीच पानी की अल्प बूँद उपस्थित हो तो यह पतली परत का निर्माण करती है जो बाहर की तरफ चित्रानुसार अवतल होगी



मना R व r इस परत के सिरों पर दो लम्बवत दिषाओ में वक्रत्ता त्रिज्या है। अतः परतः के अन्दर दाब हार के वायुमण्डलीय दाब से p मात्रा में कम होगा जो कि निम्न द्वारा दिया जाता है।

$p=T\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{R=\infty}\right)$ तथा $p=\frac{T}{r}$.

यदि d दोनों प्लेटो के बीच की दूरी हो तथा θ पानी तथा कांच की बीच स्पर्ष कोण हो तो चित्र से

$$\cos\theta=\frac{\frac{1}{2}d}{r}\quad\text{या}\quad\frac{1}{r}=\frac{2\cos\theta}{d}.$$

1/r को प्रतिस्थापित करने पर, हम प्राप्त करते है। $p=\frac{2T}{d}\cos\theta$.

पनी कांच के लिए $\theta=0$ लेते है। अर्थात $\cos\theta=1$ अतः ऊपरी प्लेट, नीचे की तरफ वायुमण्डलीय दाबान्तर 2T/d के कारण दबती है। अर्थात ऊपरी प्लेट पर कार्यरत परिणामी दाब 2T/d होगा।

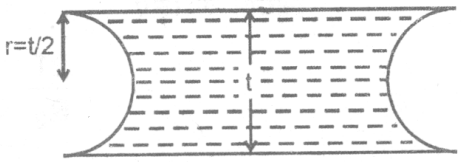
यदि A फिल्म द्वारा गीली की गई प्लेट का क्षेत्रफल A हो तो परिणामी बल F, ऊपरी प्लेट की नीचे की तरफ दबाता है। जो कि निम्न द्वारा दिया जाता है, F= परिणामी दाब $\times$क्षेत्रफल $\frac{2TA}{d}$. बहुत पास–पास सतहो के लिए , d दूरी बहुत कम होगी अतः दबाने वाला बल बहुत अधिक होगा अतः इनको अलग–अलग करना बहुत कठिन होता है।

Solved Examples

Ex.5 एक बूंद जिसका आयतन $0.05cm^3$ है, को दो कांच की प्लेटों के बीच दबाया जाता है। जिसके कारण यह फैल जाती है तथा $40cm^2$ का क्षेत्रफल घेरती है। यदि पानी का पृष्ठ तनाव 70 dyne/cm हो तो दोनो कॉच की प्लेटो को अलग–अलग करने के लिए आवष्यक अभिलम्ब बल न्यूनटन में ज्ञात करों।

Sol. फिल्म में अन्दर दाब बाहर की अपेक्षा p मात्रा में कम है , $p = T\left[\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right]$,

यह r_1 तथा r_2 नवचन्द्रक की वकत्ता त्रिज्याएँ हैं। यहां $r_1 = t/2$ तथा $r_2 = \infty$ है, तो दो कांच की प्लेटो को अलग करने के लिए आवष्यक बल (जिनके बीच द्रव की फिल्म है (चित्र)) $F = p\times A = \frac{2AT}{t}$ यहां t फिल्म की मोटाई हैं, A= फिल्म का क्षेत्रफल है।



$$F = \frac{2A^2T}{At} = \frac{2A^2T}{V} = \frac{2\times\left(40\times10^{-4}\right)^2\times\left(70\times10^{-3}\right)}{0.05\times10^{-6}}$$
$$=45N$$

Ex.6 10cm लम्बी कॉच की पट्टिका की चौड़ाई 1.54cm तथा मौटाई 0.20cm और हवा में भार 8.2gm है। इसको लम्बाई के अनुदिष उर्ध्वाधर लटका रखा है तथा निचला आधा भाग पानी में स्थित है। प्लेट का आभासी भार ज्ञात करो ? पानी का पृष्ठ तनाव =73dyne per cm, g=980 cm/sec^2

Sol. पानी के अन्दर डुबी हुई पट्टिका का आयतन

$$10\times\frac{1}{2}(1.54)\times0.2 = 1.54cm^3$$

यदि पानी का घनत्व 1 ग्राम/सेमी.^{3} लिया जाय तो उत्प्लावनन बल = हटाये गये पानी का भार

$$= 1.54\times1\times980 = 1509.2\,dynes$$

अब सम्पूर्ण प्लेट की पानी के सम्पर्क वाली सतह की कुल लम्बाई =2(10+0.2)=20.4cm,

∴ पृष्ठ तनाव के कारण प्लेट पर नीचे की तरफ खिचांव

$$= 20.4\times73 = 1489.2\,dynes$$

∴ परिणामी उत्प्लावन बल

=1509.2-1489.2
=20.0 dynes=20/980
=0.0204gm-wt

∴ पानी में आभासी भार

= हवा में भार–उत्प्लावन बल
= 8.2-0.0204=8.1796gm

Ex.7 वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल की कांच की नली का नली का एक सिरा बंद है। यह सिरा भारित है तथा नली पानी में उर्ध्वाधर तैर रही है। जल सतह से नली के सिरे की गहराई कितनी होगी ? दिया है, नली की बाहरी त्रिज्या =0.14cm, नली का द्रव्यमान =0.2gm पानी का पृष्ठ तनाव 73 डाईन/सेमी तथा $g = 980cm/sec^2$.

Sol. माना पानी के अन्दर नली की लम्बाई ℓ है। नली पर कार्यरत बल

(i) पानी के कारण ऊपर की तरफ उत्प्लावन बल

$$= \pi r^2\ell\times1\times980 \qquad = \frac{22}{7}\times(0.14)^2\ell\times980 = 60.368\ell\,dyne.$$

(ii) निकाय पर नीचे की तरफ भार

$$= mg = 0.2\times980 = 196\,dyne.$$
$$= 2\pi rT$$

$$= 2\times\frac{22}{7}\times 0.14\times 73 = 64.24\text{dyne}.$$

चूंकि नली साम्यवस्था में है। अतः ऊपर की तरफ कार्यरत कुल बल, नीचे की तरफ कार्यरत कुल बल से सन्तुलित है।

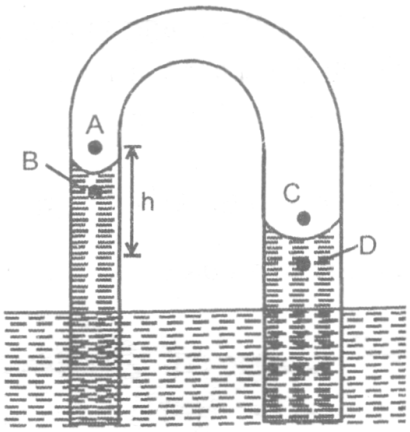
अतः $60.368\ell = 196 + 64.24 = 260.24$

$\therefore \quad \ell = \dfrac{260.24}{60.368} = 4.31\text{cm}.$

Ex.8 कॉच की U नली इस प्रकार बनी है कि इसके एक सिरे का व्यास 3.0mm तथा दूसरे सिरे का व्यास 6.00mm है। नली उर्ध्वाधर स्थिति में उल्टी, खुले सिरो के साथ पानी के बीकर में चित्रानुसार खडी है। दोनो सिरो पर चढ़े हुए पानी की ऊचॉई का अन्तर क्या होगा ? पानी का पृष्ठ तनाव $= 0.07\text{Nm}^{-1}$ है। माना कांच व पानी के बीच स्पर्ष कोण 0^0 है।

Sol. माना A, B, C तथा D बिन्दुओ पर दाब क्रमषः P_A, P_B, P_C तथा P_D हैं। द्रव की अवतल सतह की तरफ दूसरी सतह की अपेक्षा दाब 2T/R ज्यादा होगा

स्पर्ष कोण $\theta = 0^0$ दिया गया है। अतः $R = \cos 0^0 = r$ or $R = r$



$\therefore \quad P_A = P_B + 2T/r_1$ तथा $P_C = P_D + 2T/r_2$

यहां r_1 तथा r_2 दोनो सिरो की त्रिज्याऍ हैं।

अब $P_A = P_C$

$\therefore \quad P_B + \dfrac{2T}{r_1} = P_D + \dfrac{2T}{r_2}$

या $P_D - P_B = 2T\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$

अब $h = \dfrac{2T}{\rho g}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$ यहॉ h दोनों भुजाओं में तल अन्तर है।

दिया है , $T = 0.07\text{Nm}^{-1}, \rho = 1000\text{kgm}^{-3}$

$$r_1 = \frac{3}{2}\text{mm} = \frac{3}{20}\text{cm} = \frac{3}{20\times 100}\text{m} = 1.5\times 10^{-3}\text{m}, r_2 = 3\times 10^{-3}\text{m}$$

$\therefore \quad h = \dfrac{2\times 0.07}{1000\times 9.8}\left(\dfrac{1}{1.5\times 10^{-3}} - \dfrac{1}{3\times 10^{-3}}\right)\text{m} = 4.76\times 10^{-3}\text{m} = 4.76\text{mm}$

Ex.9 3.0mm तथा 6.0mm व्यास की दो बारीक नलियों को इस प्रकार जोड़ा जाता है यह दोनो सिरो से खुली U नली बनाती है। यदि U नली में पानी भरा जाय तो नली के दोनो सिरों में द्रव स्तर का अन्तर क्या होगा। प्रयोग के तापमान के समय पानी का पृष्ठ तनाव $7.3\times 10^{-2}\text{Nm}^{-1}$ है। स्पर्ष कोण को शून्य ले तथा पानी का घनत्व $1.0\times 10^3\text{kgm}^{-3}\left(g = 9.8\text{ms}^{-2}\right)$ है।

Sol. दिया है, $r_1 = \dfrac{3}{2} = 1.5\text{mm} = 1.5\times 10^{-3}\text{m}, r_2 = \dfrac{6}{2} = 3\text{mm} = 3\times 10^{-3}\text{m}$,

$T = 7.3\times 10^{-2}\text{Nm}^{-1}, \theta = 0^0, \rho = 1\times 10^3\text{kgm}^{-1}, g = 9.8\text{ms}^{-2}$

जब स्पर्ष कोण शून्य हो तो नवचन्द्रक की त्रिज्या नली की त्रिज्या के बराबर होती है।

पहली नली में दाब आधिक्य $P_1 = \dfrac{2T}{r_2} = \dfrac{2\times 7.3\times 10^{-2}}{1.5\times 10^{-3}} = 97.3$ पास्कल

दूसरी नली में दाब आधिक्य $P_2 = \dfrac{2T}{r_2} = \dfrac{2\times 7.3\times 10^{-2}}{3\times 10^{-3}} = 48.7$ पास्कल

दोनो नलियो के स्तम्भों में दाबान्तर

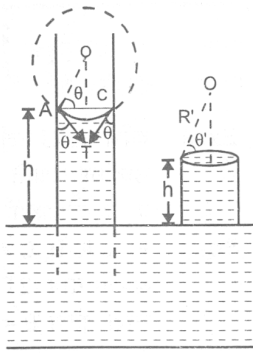
$$\Delta P = P_1 - P_2 = h\rho g$$

या $$h = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{97.3 - 48.7}{1\times10^3 \times 9.8} = 5.0mm$$

अपर्याप्त लम्बाई की केषनली

हम जानते है कि r त्रिज्या की केषनली में चढ़े हुए द्रव की ऊॅचाई

$$\therefore \quad h = \frac{2T}{R\rho g} \text{ or } hR = \frac{2T}{\rho g} = \text{ नियत}$$



जब केषनली को काटा जाता है तथा इसकी लम्बाई h से कम हो तो द्रव, नली के सिरे तक ऊपर चढ़ता है ओर इस प्रक्रम फैलता है कि इसके द्रव नवचन्द्रक की त्रिज्या R' बढ़ती है तथा यह अधिकतम समतल इस प्रकार होती है कि hR=h'R'= नियत रहे। अतः द्रव बाहर नही बहेगा

यदि h'<h तो R'>R या $\frac{r}{\cos\theta'} > \frac{r}{\cos\theta}$

$\Rightarrow \cos\theta' < \cos\theta \qquad \Rightarrow \theta' > 0$

Solved Examples

Ex.10 दोनो सिरो से खुली 0.1mm आन्तरिक व्यास की 5cm लम्बी केषनली पृष्ठतनाव 75 डाइन सेमी$^{-1}$ के पानी मे हल्की सी डुबी है। बताओं क्या –
(i) पानी केषनली में आधी ऊॅचाई तक चढ़ेगा (ii) पानी केषनली के ऊपरी सिरे तक चढ़ेगा (iii) पानी केषनली के ऊपरी सिरे से बाहर बहेगा।

Sol. दिया है, पानी का पृष्ठ तैनाव T=75dyne/cm

त्रिज्या $r = \frac{0.1}{2}mm = 0.05mm = 0.005cm$

घनत्व $\rho = 1gm/cm^3$, स्पर्ष कोण $\theta = 0^0$

मना h वह ऊचाई है जहां तक पानी केषनली मे ऊपर चढ़ता है तो

$$h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g} = \frac{2\times75\times\cos0^0}{0.005\times1\times981}cm = 30.58cm$$

परन्तु केषनली की लम्बाई h'=5cm

(i) क्योकि $h > \frac{h'}{2}$ अतः पहली सम्भावना सम्भव नही है।

(ii) चूंकी नली की लम्बाई आपर्याप्त है। इसलिए पानी ऊपरी सिरे तक चढ़ेगा।

(iii) पानी ऊपरी सिरे से बाहर नही बहेगा यह केवल केषनली के ऊपरी सिरे तक चढ़ेगा।
नवचन्द्रक अपनी त्रिज्या R' को इस प्रकार समायोजित करता है कि

$$R'h' = Rh \qquad \left[\because \quad hR = \frac{2T}{\rho g} = \text{नियत}\right]$$

यहां R वक्रता त्रिज्या है जो कि नवचन्द्रक प्राप्त करता है यदि केषनली पर्याप्त लम्बाई की है तो

$$\therefore \quad R' = \frac{Rh}{h} = \frac{rh}{h'} \quad \left[\because R = \frac{r}{\cos\theta} = \frac{r}{\cos0^0} = r\right] = \frac{0.005\times30.58}{5} = 0.0306cm$$

पृष्ठतनाव के अनुप्रयोग

(i) गीला करने के गुण से अपमार्जक व जलरोधी पदार्थ बनाये जाते है। जब अपमार्जक पदार्थो को द्रव में मिलाया जाता है, तो स्पर्ष कोण घटता है फलस्वरूप गीला करने का गुण बढ़ता है। दूसरी तरफ जब जलरोधी पदार्थ को कपड़े में मिलाया जाता है तो स्पर्ष कोण बढ़ता है तथा कपड़ा को प्रतिकर्षित करता है।

(ii) प्रतिरोधी क्रीम का पृष्ठ तनाव बहुत कम होता है। कम पृष्ठ तनाव बूंद बनने से रोकता है ताकि पूरी क्रीम त्वचा के ऊपर फैल जाए। कम पृष्ठतनाव के कारण प्रतिरोधी क्रीम सम्पूर्ण फैल जाती है।

(iii) स्नेहक तेल तथा पेन्ट में पृष्ठ तनाव कम रखते है, ताकि ये पूरी तरह फैल जाए।

(iv) तेल पानी के ऊपर फैल जाता है। क्योकि तेल का पृष्ठ तनाव, ठण्डे पानी के पृष्ठ तनाव से कम होता है

(v) अषांत समुद्र को इसकी सतह पर तैल ड़ालकर शांत किया जाता है।

पृष्ठतनाव पर तापमान व अषुद्धि का प्रभाव

तपमान बढ़ाने पर पृष्ठतनाव बढ़ता है इसका व्युतक्रम भी सत्य है। फरग्यूसन के अनुसार $T = T_0\left(1-\frac{\theta}{\theta_c}\right)^n$ यहां $T_0, 0^0C$ पर पृष्ठ तनाव है। θ, द्रव का परमताप है, θ_c क्रान्तिक ताप तथा n नियत है जो कि द्रव के लिए परिवर्ति है तथा इसका माध्यमान 1.21 है। यह सूत्र प्रदर्षित करता है कि क्रान्तिक ताप पर पृष्ठतनाव शून्य है। यहॉ द्रव व वाष्प में अन्तर समाप्त हो जाता है।

इस तथ्य के कारण गर्म सूप स्वादिष्ठ होते हैं, जबकि सर्दियों के निदो में मषीनों के पुर्जे जम जाते है। अषुद्धि मिलाने पर पृष्ठतनाव का मान पर्याप्त रूप से बढ़ जाता है। उदाहरणः पानी में अत्याधिक धुलनषील पदार्थ जैसे $NaCl, ZnSo_4$ इत्यादि मिलाने पर पृष्ठतनाव बढ़ जाता है तथा अघुलनषील पदार्थ जैसे साबुन, फिनाइल इत्यादि मिलाने पर पानी का पृष्ठतनाव कम हो जाता है।

पृष्ठ ऊर्जा :

हम जानते है कि द्रव सतह के अणु नीचे की और कुल बल अनुभव करते है। इसलिए जब अणुओं को द्रव की आन्तरिक सतह से स्वतन्त्र सतह तक लाया जाता है तो कुछ कार्य अन्तर आणविक आकर्षण बलों के विरूद्ध किया जाता है, जो कि सतह पर अणुओं की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है। पृष्ठ के इकाई क्षेत्रफल पर पृष्ठीय अणुओं की स्थितिज ऊर्जा पृष्ठीय ऊर्जा कहलाती है।

C.G.S. पद्धति में ऊर्जा का मात्रक अर्ग सेमी$^{-2}$ तथा SI पद्धति में जूल मीटर$^{-2}$ होता है। पृष्ठीय ऊर्जा का विमीय सूत्र ML^0T^{-2}। पृष्ठीय ऊर्जा सतहो की संख्या पर निर्भर करती है उदाहरण रूप में द्रव बूद एक द्रव–वायु सतह रखती है। जबकि बुलबुला दो द्रव–वायु सतह रखता है।

पृष्ठ तनाव व पृष्ठ ऊर्जा में सम्बंध

तर के एक आयताकार फ्रेम PQRS की कल्पना करते है। जिसकी भुजा RS, क्रमषः PR तथा QS भुजाओं पर फिसल सकती है। यदि इस फ्रेम को साबुन के विलयन में डुबो दिया जाय तो इस फ्रेम में साबुन की फिल्म बन जाती है (चित्र)। पृष्ठ तनाव T के कारण यह फिल्म फ्रेम पर बल लगाती है (फिल्म के अन्दर की तरफ)। माना RS भुजा की लम्बाई ℓ हो तो भुजा RS पर फिल्म की तरफ लगने वाला बल $F = T \times 2\ell$ (चूँकि साबुन की फिल्म की दो सतह होती है। इसलिए लम्बाई 2ℓ ली गई है।) है।

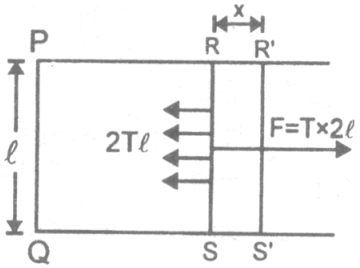
माना भुजा RS को नई स्थिति R'S' के लिए x दूरी तक विस्थापित करते है।

$\therefore$ किया गया कार्य, $W = Fx = 2T\ell x$

सबुन की फिल्म की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$= EA = 2E\ell x =$ क्षेत्रफल बढ़ाने में किया गया कार्य (ΔW)

यहॉ E= एकांक क्षेत्रफल में साबुन की फिल्म की पृष्ठीय ऊर्जा। ऊर्जा संरक्षण के नियम से, किया गया कार्य स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि के बराबर होना चाहिए



$$\therefore (2T\ell)x = 2E\ell x \text{ or } T = E = \frac{\Delta W}{A}$$

इस प्रकार, पृष्ठ तनाव गणितीय रूप से एकांक क्षेत्रफल बढ़ाने में किये गये कार्य या पृष्ठीयस ऊर्जा के बराबर होता है।

Solved Examples

Ex.11 1 सेमी त्रिज्या की पारे की बूँद, बराबर आकार की 10^6 बूँदो में विभाजित कर दी गई है। व्ययित ऊर्जा की गणना करो जबकि पारे का पृष्ठ तनाव 35×10^{-3} न्यूटन/मीटर है।

Sol. यदि R त्रिज्या की बूँद बराबर r त्रिज्या की n बूँदों में विभाजित की जाती है। बूँद एक सतह रखती है। प्रारम्भिक पृष्ठीय क्षेत्रफल $4\pi R^2$ जबकि अन्तिम क्षेत्रफल $n(4\pi r^2)$ है इसलिए क्षेत्रफल में वृद्धि

$$\Delta S = n(4\pi r^2) - 4\pi r^2$$

इसलिए इस प्रक्रम में व्ययित ऊर्जा

$$W = T\Delta S = 4\pi T\left[nr^2 - R^2\right] \ldots\ldots (1)$$

चूंकि n बूँद का कुल आयतन प्रारम्भिक बूँद के आयतन समान है इसलिए

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = n\left[(4/3)\pi r^3\right] \text{ या } r = R/n^{1/3} \ldots\ldots (2)$$

r का मान समीकरण (2) से (1) में रखने पर

$$W = 4\pi R^2 T\left[(n)^{1/3} - 1\right].$$

Ex.12 यदि प्रत्येक r त्रिज्या की छोटी बूदों को मिलाकार R त्रिज्या की बड़ी बूँद में बदल दिया जाता है। तो सिद्ध करो कि उसके ताप में वृद्धि निम्नानुसार दी जायेगी –

$$\frac{3T}{J}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

जहाँ T पानी का पृष्ठ तनाव है और J उष्मा का यान्त्रिक तुल्यांक है।

Sol. माना n छोटी बूँदो की संख्या है।

जहाँ आयतन नियत है तो n छोटी बूँदो का आयतन = एक बूँद का आयतन

$$\therefore \quad n\times\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ या } nr^3 = R^3$$

पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी $= n\times4\pi r^2 - 4\pi R^2$

या $$\Delta A = 4\pi\left[nr^2 - R^2\right] = 4\pi\left[\frac{nr^3}{r} - R^2\right] = 4\pi\left[\frac{R^3}{r} - R^2\right] = 4\pi R^3\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right]$$

सम्बन्धित ऊर्जा $W = T\times$ पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी $= T\times4\pi R^3\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right]$

उत्पन्न उष्मा $$Q = \frac{W}{J} = \frac{4\pi TR^3}{J}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right] \qquad \text{लेकिन } Q = msd\theta$$

जहाँ M बड़ी बूँद का द्रव्यमान है S पानी की विषिष्ट उष्मा हैं और $d\theta$ ताप में वृद्धि है।

$\therefore$ $\frac{4\pi TR^3}{J}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right]$ = बड़ी बूँद का आयतन × पानी का घनत्व × पानी की विषिष्ट उष्मा × $d\theta$

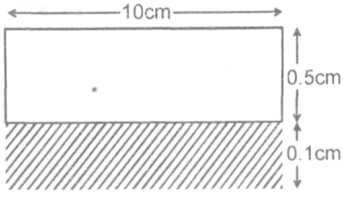
या, $$\frac{4}{3}\pi R^3\times1\times1\times d\theta = \frac{4\pi TR^3}{J}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right] \quad \text{या} \quad d\theta = \frac{3T}{J}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right]$$

Ex.13 0.5cm दूरी पर स्थित दो समान्तर समान लम्बाई के 10 सेमी के तारो के बीच पानी की फिल्म बनाई जाती है। इनके बीच की दूरी 1mm बढ़ाने के लिए किये गये कार्य की गणना करों ? पानी का पृष्ठ तनाव $= 72\times10^{-3}\text{N/m}$.

Sol. यहाँ बढ़ाया गया क्षेत्रफल चित्र में छायांकित भाग से प्रदर्षित है। चूंकि यहाँ पानी की फिल्म बनाई जाती है, इसकी दो सतह होती है। इस प्रकार

क्षेत्रफल में वृद्धि, $\Delta S = 2\times10\times0.1 = 2\text{cm}^2$

$\therefore$



किया गया कार्य $W = \Delta S \times T = 2\times10^{-4}\times72\times10^{-3}$

$= 144\times10^{-7}$ जूल $= 1.44\times10^{-5}$ जूल

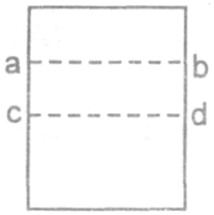
Exercise # 1

PART – I : SUBJECTIVE QUESTIONS

SECTION(A): पृष्ठ तनाव, पृष्ठ ऊर्जा तथा केषिकात्व उठाव
(SURFACE TENSION, SURFACE ENERGY AND CAPILLARY RISE)

A1. 1mm व्यास की नली $0.8 g/cm^3$ घनत्व के द्रव से भरे पात्र में डूबी है। इस द्रव का पृष्ठ तनाव 30 dyne/cm तथा स्पर्ष कोण शून्य है। वह ऊँचाई ज्ञात करो , जहां द्रव केषनली में चढ़ता है , यदि नली (a) ऊर्ध्वाधर (b) ऊर्ध्वाधर से 30^0 झुकी हुई अवस्था में हो।

A2. साबुन की फिल्म, आयताकार ऊर्ध्वाधर तार के फ्रेम में चित्रानुसार खींची जाती है। साम्यावस्था में कौनसे बल भाग abcd को संतुलित करेंगे ?



A3. 1cm त्रिज्याा की पारे की बूँद समान आकार की 10^6 सुक्ष्म बूँदो में टूट जाती है। उत्सर्जित ऊर्जा ज्ञात करो (पारे का पृष्ठ तनाव $= 32\times10^{-2} N/m$)

A4. दो सीधे समान्तर तारों प्रत्येक की लम्बाई 10cm तथा इनके बीच की दूरी 0.5cm है , के बीच पानी की फिल्म बनती है। तारों के बीच की दूरी 1mm बढ़ाने के लिए आवष्यक कार्य की गणना करो। पृष्ठ तनाव $= 72\times10^{-3} N/m$ है।

SECTION(B): बूँदो तथा बुलबुले में दाब आधिक्य (EXCESS PRESSURE IN DROPS AND BUBBLE)

B1. R त्रिज्या तथा S पृष्ठ तनाव के साबुन के बुलबुले की त्रिज्या को बिना तापमान परिवर्तन के दुगुना करने के लिए आवष्यक ऊर्जा ..... है।

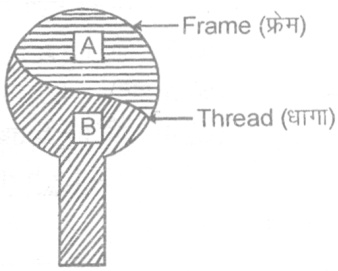
B2. V आयतन का बुलबुला फुलाने में किया गया कार्य W है तो 2V आयतन का बुलबुला फुलाने में किया गया कार्य ..... होगा।

B3. निम्न के अन्दर दाब आधिक्य ज्ञात कीजिए (a) 2mm त्रिज्या की पारे की बूंद में (b) 4mm त्रिज्या के साबुन के बुलबुले में तथा (c) पानी की टंकी के अन्दर बने हुए 4mm त्रिज्या वाले वायु के बुलबुले में। पारे, साबुन के घोल तथा पानी का पृष्ठ तनाव कमषः 0.465N/m, 0.03N/m तथा 0.076N/m है।

PART –II : OBJECTIVE QUESTIONS

SECTION(A): SECTION(A): पृष्ठ तनाव, पृष्ठ ऊर्जा तथा केषिकात्व उठाव
(SURFACE TENSION, SURFACE ENERGY AND CAPILLARY RISE)

A1. चित्रानुसार फ्रेम में एक धागे को हल्का सा ढीला बांधा जाता है तथा इस फ्रेम को साबुन के घोल में डालकर बाहर निकालते है। फ्रेम सम्पूर्ण रूप से फिल्म द्वारा घिर जाता है। जब A भाग को पिन से तोड़ा जाय तो धागा –
(A) A की तरफ उत्तल हो जाएगा।
(B) A की तरफ उत्तल हो जाएगा।
(C) प्रारम्भिक अवस्था में रहेगा।
(D) या तो (A) या (B) , जो कि B की तुलना में A के आकार पर निर्भर होगा।



A2. केषनली के साथ पृष्ठ तनाव प्रयोग में पानी 0.1m तक चढ़ता है। यदि इस प्रयोग को कृत्रिम उपग्रह पर दोहराया जाये, जोकि पृथ्वी के चारों तरफ चक्कर लगा रहा है, तो केषनली में पानी किस ऊचाई तक चढेगा :
(A) 0.1M (B) 0.2M (C) 0.98M (D) नली की सम्पूर्ण ऊँचाई तक

A3. साबुन के घोल की फिल्म क्षैतिज में स्थित है। इसके ऊपर एक धागा , लूप के रूप में रखा जाता है। लूप के अन्दर की फिल्म को तोड़ा जाता है तथा धागा R त्रिज्या की वृत्ताकार आकृति ग्रहरण कर लेता है। यदि साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव T हो धागे में तनाव है –

(A) $\pi R^2/T$ (B) $\pi R^2 T$ (C) $2\pi RT$ (D) $2RT$

A4. r त्रिज्या की धातु की पतली चकती पानी सतह पर तैर रही है तथा परिधि के अनुदिष सतह ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर नीचे की तरफ झुकी हुई है। यदि चकती द्वारा हटाये गये पानी का भार W तथा पानी पृष्ठतनाव T हो तो धातु की चकती का भार होगा।

(A) $2\pi rT + W$ (B) $2\pi rT\cos\theta - W$ (C) $2\pi rT\cos\theta + W$ (D) $W - 2\pi rT\cos\theta$

A5. द्रव का पृष्ठ तनाव 5 न्यूटन प्रति मीटर है। यदि 0.02 मीटर^2 क्षेत्रफल की वलय में फिल्म उपस्थित है तो इसकी पृष्ठीय ऊर्जा होगी–

(A) $5\times10^{-2}J$ (B) $2.5\times10^{-2}J$ (C) $2\times10^{-1}J$ (D) $3\times10^{-1}J$

A6. U- नली के दो स्तम्भों की त्रिज्याऐं क्रमषः r_1 तथा r_2 है। जब ρ घनत्व के द्रव (स्पर्ष को 0^0) को इसमें भरा जाता है तो इसके द्रव स्तरों की ऊँचाई में अन्तर h है। द्रव का पृष्ठ तनाव होगा : (g= गुरूत्व के कारण त्वरण) :

(A) $\dfrac{\rho ghr_1r_2}{2(r_2-r_1)}$ (B) $\dfrac{\rho gh(r_2-r_1)}{2r_1r_2}$ (C) $\dfrac{2(r_2-r_1)}{\rho ghr_1r_2}$ (D) $\dfrac{\rho gh}{2(r_2-r_1)}$

A7. R त्रिज्या की केषनली पानी में डूबी हुई है तथा पानी इसमें H ऊचॉई तक चढ़ता है। केषनली में चढ़े पानी का द्रवमान M है। यदि केष नली की त्रिज्या दुगुनी कर दी जाए तो केषनली में चढ़े हुए पानी का द्रव्यमान होगा –

(A) 2M (B) M (C) M/2 (D) 4M

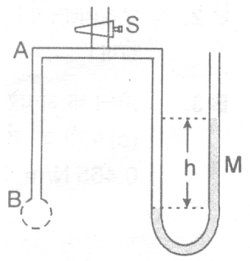
A8. केषनली में पानी h ऊँचाई तक चढ़ता है। यह h से ज्यादा ऊँचाई तक चढेगा –

(A) सूर्य सतह पर (B) नीचे की तरफ त्वरित गति करती लिफ्ट में
(C) धुवों पर (D) ऊपर की तरफ त्वरित गति करती लिफ्ट में

A9. पानी की सतह पर कीट चल सकते है क्योंकि

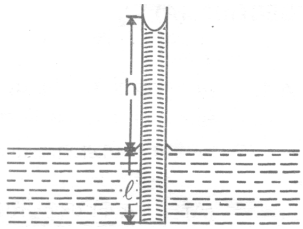
(A) कीट का भार कम होता है।
(B) कीट पानी भार कम होता है।
(C) आर्किमिडिज के उत्प्लावन बल के कारण
(D) पृष्ठ तनाव , सतह को प्रत्यास्थ झिल्ली की सतह बना देता है।

A10. एक पतली नली AB दाबमापी M से चित्रानुसार जुड़ी है। वाल्स S द्वारा हवा प्रवाह को नियन्त्रित किया जाता है। AB नली को पृष्ठ तनाव σ वाले द्रव में डुबोते है। वाल्व S को तब तक खुला रखते है , जब तक B पर बुलबुला नहीं बन जाता तथा दाबमापी का पाठयांक लेते है। दोनों स्तरों का अन्तर h चित्र में प्रदिर्षत है। यदि ρ दाबमापी द्रव का घनत्व तथा r बुलबुले की वक्रता त्रिज्या हो तो द्रव का पृष्ठ तनाव है –



(A) ρhrg (B) $2\rho hrg$ (C) $4\rho hrg$ (D) $\dfrac{rh\rho g}{4}$

A11. ऊर्ध्वाधर रूप से पानी में ℓ गहराई तक डुबी केषनली में चढ़े हुए पानी की ऊचॉई h है। (चित्र) नली का निचला सिरा बंद है। अब नली को बाहर निकाला जाता है तथा दुबारा खोला जाता है तो शेष पानी स्तम्भ की नली में लम्बाई होगी –



(A) 2h यदि $l \ge h$ तथा $l+h$ if $l \le h$
(B) h यदि $l \ge h$ तथा $l+h$ if $l \le h$
(C) 4h यदि $l \ge h$ तथा $l-h$ if $l \le h$
(D) h/2 यदि $l \ge h$ तथा $l+h$ if $l \le h$

A12. दो कांच की प्लेटे 'd' घनत्व के द्रव में ऊर्ध्वाधर आंषिक डुबी है। यदि प्लेटों मध्य दूरी 'x' द्रव का पृष्ठ तनाव T तथा स्पर्ष कोण θ हो तो प्लेटों में केषिकात्व के कारण चढ़े द्रव की ऊँचाई होगी :

(A) $\frac{T\cos\theta}{xd}$ (B) $\frac{2T\cos\theta}{xdg}$ (C) $\frac{2T}{xdg\cos\theta}$ (D) $\frac{T\cos\theta}{xdg}$

A13. यदि नली में द्रव भरा हो तथा संसजक बल , आसंजक बल से दुगुना है तो –
(A) नवचन्द्रक ऊपर की तरफ उत्तल होगा। (B) स्पर्ष कोण, अधिक कोण होगा।
(C) द्रव केषनली में नीचे गिरेगा। (D) द्रव ठोस को गीला करेगा।

A14. केषनली में द्रव का चढ़ना निर्भर करता है :
(A) नली के पदार्थ तथा द्रव की प्रकृति पर (B) नली की लम्बाई पर
(C) बाहय त्रिज्या पर (D) नली की आन्तरिक त्रिज्या पर

SECTION(B): बूँदो तथा बुलबुले में दाब आधिक्य (EXCESS PRESSURE IN DROPS AND BUBBLE)

B1. दो साबुन के गोलीय बुलबुले आपस में मिलते है। यदि भरी हुई हवा के आयतन में परिवर्तन V तथा कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में परिवर्तन S तथा साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव T हो तो– (यदि P_0 वायुमण्डलीय दाब है) :
(A) $3P_0V + 4ST = 0$ (B) $4P_0V + 3ST = 0$ (C) $P_0V + 4TS = 0$ (D) $4P_0V + ST = 0$

B2. यदि साबुन के बुलबुले को आवेष दिया जाय तो यह प्रदर्षित करता है –
(A) आकार में कमी (B) आकार में अपरिवर्तन
(C) आकार में वृद्धि (D) आकार में कुछ समय वृद्धि तथा कुछ समय कमी।

B3. r_1 त्रिज्या का साबुन का बुलबुला दूसरे r_2 त्रिज्या के साबुन के बुलबुले पर रखा है $(r_1 < r_2)$ । दोनों बुलबुलों को अलग करने वाली साबुन की फिल्म की त्रिज्या R होगी –
(A) $r_1 + r_2$ (B) $\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ (C) $\left(r_1^3 + r_2^3\right)$ (D) $\frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1}$

B4. एक पानी की बूँद, 8 समान बूँदो विभक्त हो जाती है। बड़ी बूँद की आन्तरिक व बाहरी सतह के मध्य दाबान्तर होगाः
(A) छोटी बूँद के समान (B) छोटी बूँद का 1/2 गुना
(C) छोटी बूँद का 1/4 गुना (D) छोटी बूँद का दुगुना।

B5. r त्रिज्या का हवा का बुलबुला पानी सतह से h गहराई पर स्थित है। यदि P- वायुमण्डलीय दाब, d व T क्रमषः पानी का घनत्व व पृष्ठ तनाव हो तो बुलबुले के अन्दर दाब होगा :
(A) $P + hdg - \frac{4T}{r}$ (B) $P + hdg + \frac{2T}{r}$ (C) $P + hdg - \frac{2T}{r}$ (D) $P + hdg + \frac{4T}{r}$

B6. पानी की एक बड़ी बूँद से n छोटी गोलीय बूंदो को बनाने में किया गया कार्य समानुपाती है –
(A) $\left(\frac{1}{n^{2/3}}\right) - 1$ (B) $\left(\frac{1}{n^{1/3}}\right) - 1$ (C) $n^{1/3} - 1$ (D) $n^{4/3} - 1$

B7. दो असमान बुलबुले, मध्य में टोटी (नल) लगी हुई नली के सिरों पर बनाये जाते है। क्या होगा जब टोटी को खोलने पर दोनों बुलबुले सम्पर्क में आते है।
(A) चूंकि टोटी के दोनों तरफ दाब समान है अतः वायु किसी भी दिषा में नही बहेगी।
(B) दोनों के आकार बराबर होने तक बड़ा बुलबुला सिकुड़ता है तथा छोटा बुलबुला फैलता है।
(C) छोटाा बुलबुला सिकुड़ कर टूट जाता है तथा बड़ा बुलबुला आकार में बढ जाता है।
(D) इसमें से कोई नहीं

B8. निर्वात के साबुन के बुलबुले की त्रिज्या 3cm तथा दूसररे साबुन के बुलबुले की निर्वात में त्रिज्या 4cm है। यदि समतापीय स्थिति में दोनों को मिलाया जाय तो नये बुलबुले की त्रिज्या होगी :
(A) 2.3cm (B) 4.5cm (C) 5cm (D) 7cm

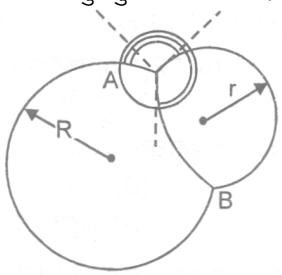
B9. पुरानी इमारतों के ऊँचे गुम्बदों की पहचान सुन्दरता के अतिरिक्त संरचना के कारण है। इसमें साबुन के बुलबुले के समान वक्रता के कारण दो सतहों के बीच दाबान्तर होता है। एक 5m त्रिज्या का एक समान अल्प मोटाई का गुम्बद है। इसकी चिनाई संरचना का पृष्ठ तनाव 500N/m है। इसको अर्द्ध गोला मानते हुए , गुम्बद द्वारा सहन किया जाने वाले भार का निकटमत मान है –
(A) 1500 kg wt. (B) 3000 kg wt. (C) 6000 kg wt. (D) 12000 kg wt.

B10. एक चलायमान पिस्टन युक्त बेलन में p_1 दाब पर हवा भरी है तथा इसमें एक 'r' त्रिज्या का साबुन का बुलबुला स्थित है। पिस्टन को धीरे–धीरे चलाकर हवा को दाब p_2 से सम्पीड़ित किया जाता है जिससे बुलबुले का आकार आधा हो जाता है : (पृष्ठ तनाव σ, तथा तापमान T नियत है) p_2 का मान क्या होगा –

(A) $\left[8p_1+\frac{24\sigma}{r}\right]$ (B) $\left[4p_1+\frac{24\sigma}{r}\right]$ (C) $\left[2p_1+\frac{24\sigma}{r}\right]$ (D) $\left[2p_1+\frac{12\sigma}{r}\right]$

B11. एक पात्र के तल में व्यास d=0.1mm का गोल छिद्र है तथा इसमें पानी भरा है। पानी स्तर की अधिकतम ऊँचाई h जिससे पानी बाहर नहीं बहे , होगी : (पानी पात्र के तल को गीला नहीं करता है) [पानी का पृष्ठ तनाव =70 dyne/cm]
(A) h=24cm (B) h=25cm (C) h=26cm (D) h=28cm

B12. 'r' त्रिज्या का साबुन का बुलबुला दूसरे R त्रिज्या के बुलबुले पर रखा है। (चित्र) सम्पर्कित बिन्दुओं की फिल्म के मध्य कोण होगा –



(A) 120^0 (B) 30^0 (C) 45^0 (D) 90^0

B13. बहुत सारी द्रव की बूंदे जिनकी त्रिज्या a है को मिलाकर b त्रिज्या की एक बड़ी बूंद बनाई जाती है। इस प्रक्रम में उत्सर्जित ऊर्जा, बड़ी बूंद की गतिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है। बड़ी बूंद की चाल होगी –

(A) $\sqrt{\frac{6T}{\rho}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]}$ (B) $\sqrt{\frac{4T}{\rho}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]}$ (C) $\sqrt{\frac{8T}{\rho}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]}$ (D) $\sqrt{\frac{5T}{\rho}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]}$

B14*. निम्न में से सत्य कथन कौनसे है ? यदि पानी की दो बूंद मिलकर एक बड़ी बनाती है –
(A) ऊर्जा उत्सर्जित होती है।
(B) ऊर्जा अवषोषित होती है।
(C) बड़ी बूंद का पृष्ठीय क्षेत्रफल छोटी बूँद के पृष्ठीय क्षेत्रफल के योग से ज्यादा होता है।
(D) बड़ी बूँद का पृष्ठीय क्षेत्रफल छोटी बूँदो के पृष्ठीय क्षेत्रफल के योग से कम होता है।

Exercise # 2

SUBJECTIVE QUESTIONS

1. 0.50mm त्रिज्या की केषनली को जल के पात्र में ऊर्ध्वाधर डुबाया गया है। नली में जल की सतह से 5-0cm नीचे दाब तथा वायुमण्डलीय दाब में अन्तर ज्ञात कीजिए। जल का पृष्ठ तनाव =0.075N/m है। $\left(g=9.8m/s^2 \,\&\, \rho_w=1000kg/m^3\right)$ के मान ले।

2. पतली दीवारों की एक केषनली , सन्तुलन तुला के साथ सम्पर्कित है जोकि सन्तुलित की गई है। केषनली का निचला सिरा पानी की सतह के सम्पर्क में आता है। तत्पष्चात् सन्तुलन अवस्था बनाए रखने के लिए एक अरिरिक्त भार P=0.135gm बल की आवष्यकता पड़ती है। केषनली की त्रिज्या ज्ञात करो। पानी का पृष्ठ तनाव $\alpha=70\,dyne/cm$ है।

3. U- केषनली की एक भुजा की आन्तरिक त्रिज्या $r_1=1mm$ है तथा दूसरी भुजा की आन्तरिक त्रिज्या $r_2=2mm$ है। नली में कुछ मात्रा में पारा भरा है तथा एक भुजा निर्वात पम्प से जुड़ी हुई है। वायुदाब में अन्तर क्या होगा। जब दोनों भुजाओं में पारा स्तर समान ऊँचाई पर है। कौनसी भुजा पम्प से जुड़ी हुई है। पारे का पृष्ठ तनाव तथा घनत्व 480 dyne/cm तथा 13.6 gm/cm^3 है। (स्पर्ष कोण $\theta=180^0$ लें)

4. ऊपरी सिरे से बन्द केषनली की आन्तरिक त्रिज्या r=0.05cm है। नली को ऊर्ध्वाधर रूप से पानी में रखा जाता है, ताकि इसका खुला सिरा पानी में डुबा रहे। इस नली की लम्बाई क्या होनी चाहिए कि इस स्थिति में नली में चढ़े पानी की ऊचॉई h=1cm है। वायु का दाब $P_0$1atm है। पानी का पृष्ठ तनाव $\alpha=70\,dyne/cm$ है। (नली में स्थित वायु का ताप नियत लें)

5. m=20g द्रव्यमान का घन पानी की सतह पर भीगता हुआ तैर रहा है। घन की प्रत्येक भुजा 3cm लम्बी है। घन की निचली फलक तथा घन के सम्पर्क में जल स्तर के बीच दूरी क्या होगी ? [पानी का पृष्ठ तनाव $=70\,dyne/cm$, स्पर्ष कोण $\theta=0^0$ लें।]

6. r त्रिज्या की केषनली का एक सिरा पानी में डूबा हुआ है। सम्बंधित ऊष्मा की मात्रा कितनी उत्पन्न होगी जब पानी नली में चढेगा। यदि पानी का पृष्ठ तनाव 'T' तथा घनत्व $=\rho$ है।

7. खुली हुई केषनली में पानी की बूंद स्थित है। जब ऊर्ध्वाधर स्थिति में है तो बूंद निम्न लम्बाई के स्तम्भ बनाती है। (a) 2cm (b) 4cm (c) 2.98cm । केषनली का आन्तरिक व्यास 1mm है। प्रत्येक स्थिति में ऊपरी व निचले नवचन्द्र की वक्रता त्रिज्या ज्ञात करो। सम्पूर्ण जगह पर गीलेपन की कल्पना करो। पानी का पृष्ठ तनाव =0.073N/m

8. ऊपारी सिरे से बन्द कॉच की केषनली की लम्बाई 0.11m तथा आन्तरिक व्यास $2\times10^{-5}m$ है। नली ऊर्ध्वाधर रूप से पृष्ठ तनाव $5.06\times10^2N/m$ के द्रव में डूबी हुई है। केषनली को कितनी गहराई तक डूबोना चाहिए कि केषनली में बाहर तथा अन्दर द्रव स्तर समान हो। यदि ऊपरी बन्द सिरे को तोड़ दिया जाए तो केषनली के अन्दर जल स्तर क्या होगा ? नलिका में समतापी परिस्थिति मानें। (प्रयोग करें , $g=10\,m/s^2$) **[REE 93]**

9. 'r' त्रिज्या व 'T' पृष्ठतनाव के साबुन के बुलबुले को 'V' वोल्ट का विभव दिया जाता है। सिद्ध करो कि नये बुलबुले की त्रिज्या में सम्बंध निम्न समीकरण से दिया जाता है –

$$P\left[R^3-r^3\right]+4T\left[R^2-r^2\right]-\varepsilon_0V^2R/2=0$$ यहां P वायुमण्डलीय दाब है।

10. साबुन के गोलीय बुलबुले की त्रिज्या 'r' व पृष्ठतनाव 'T' है। सिद्ध करो कि त्रिज्या दुगुनी करने के लिए आवष्यक आवेष, $8\pi r[\varepsilon_0 r[7Pr+12T]]^{1/2}$ होगा, यहां P वायुमण्डलीय दाब है।

11. $d_1=1.5mm$ व्यास की कॉच की छड़ $d_2=2mm$ व्यास की कॉच की केषनली में सममित रूप से रखी हुई है। सम्पूर्ण व्यवस्था ऊर्ध्वाधर स्थिति में है तथा इसको पानी के सम्पर्क में लाते है। केषनली में कितनी ऊचॉई तक पानी चढ़ेगा ? पानी का पृष्ठ तनाव $=73\times10^{-3}N/m$, स्पर्ष कोण $=0^0$ है। (प्रयोग करें, $g=9.8m/s^2$)

12. समतापीय स्थिति में a व b त्रिज्या के दो साबुन के बुलबुले मिलकर एक c त्रिज्या का बुलबुला बनाते है। यदि बाहय दाब p_0 हो तो सिद्ध करो पृष्ठ तनाव $T=p_0\left(c^3-a^3-b^3\right)/4\left(a^2+b^2-c^2\right)$ होगा।

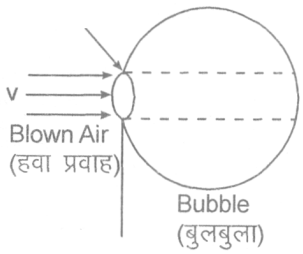
Exercise # 3

JEE PROBLEMS

1. एक दाबमापी में $1.44\times10^{-3}m$ तथा $7.2\times10^{-4}m$ त्रिज्याओं की दो केषनली है। यदि पतली नली में द्रव की ऊचॉई, चौड़ी नली की अपेक्षा 0.2m अधिक है, तो दाब में वास्तविक अन्तर की गणना करो। द्रव का घनत्व $=10^3kg/m^3$, पृष्ठ तनाव $=72\times10^{-3}N/m$ है। $\left(g=9.8m/s^2\right)$लें **[REE -85]**

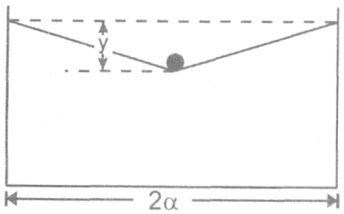
2. कॉच की एक शंक्वाकार केषनली A के सिरों का व्यास $10^{-3}m$ व $5\times10^{-4}m$ है। जब इसको 0^0C पर द्रव में, बड़ी त्रिज्या की ओर से डुबोया जाता है (चित्र) तो नली में द्रव $8\times10^{-2}m$ ऊचॉई तक चढ़ जाता है। कॉच की एक अन्य बेलनाकार नली B को समान द्रव में 0^0C पर डुबोने पर द्रव $6\times10^{-2}m$ ऊचॉई तक चढ़ता है। जब द्रव 50^0C पर है तो नली Bमें द्रव केवल $5.5\times10^{-2}m$ ऊचॉई तक चढ़ता हैं पृष्ठ तनाव में ताप के साथ परिवर्तन की दर को इसमें रैखिक परिवर्तन मानते हुए ज्ञात करो। द्रव का घनत्व $(1/14)\times10^4kg/m^3$ है तथा स्पर्ष कोण शून्य है। द्रव के घनत्व तथा कॉच पर ताप का प्रभाव नगण्य है। $(g=9.8N/kg)$ **[REE -94]**

3. b त्रिज्या की वृत्ताकार वलय को साबुन के घोल तथा बाहर निकालकर हवा प्रवाह द्वारा वलय पर बुलबुले बनाये जाते है। माना हवा प्रवाह b त्रिज्या के बेलन के रूप में है। हवा का वेगा v है तथा बुलबुला बनने के बाद यह बंद हो जाती है। बुलबुला गोलीय रूप से बढ़ता है। माना बुलबुले की त्रिज्या R(>>b), हवा बुलबुले की सतह पर लम्बवत् टकराती है। घोल का पृष्ठ तनाव T तथा हवा का घनत्व ρ है। जब यह वलय से अलग होता है



दिये गये प्रांचलों के पदों में बुलबुले की त्रिज्या ज्ञात करो। (बुलबुले का द्रव्यमान नगण्य है)। **[JEE 2003, 4/60]**

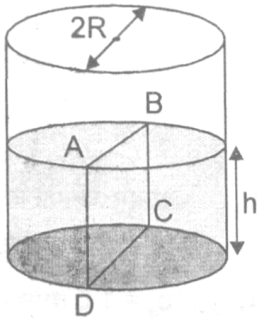
4. नगण्य त्रिज्या का लम्बा पतला समरूप तार द्रव सतह पर स्थित है। पात्र की चौड़ाई 2α है तथा तार इसके केन्द्र पर रखा है तथा इसकी लम्बाई के समान्तर है (चित्र में प्रदर्षित है)। द्रव की सतह केन्द्र पर ऊर्ध्वधर दूरी $y(y << \alpha)$ से दब जाती है। जैसा कि चित्र में प्रदर्षित है। यदि तार की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान λ हो तो द्रव का पृष्ठ तनाव ज्ञात करो। सिरों का प्रभाव नगण्य है।



[JEE 2004, 2/60]

5. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, R त्रिज्या वाली एक बीकर में h ऊँचाई तक पानी भरा है। पानी का घनत्व ρ पानी का पृष्ठ तनाव T तथा वायुमण्डलीय दाब P_0 है। बीकर के एक व्यास से होकर–जाते हुए पानी के ऊर्ध्वाधर काट ABCD पर विचार करे। इस काट के एक ओर का पानी पर इसके दूसरी ओर पानी द्वारा लगाया गया बल का परिणाम है–

[IIT 2007 '3]

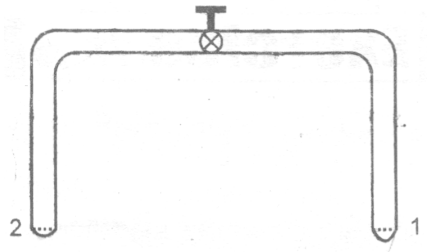


(A) $\left|2P_0Rh + \pi R^2\rho gh - 2RT\right|$ (B) $\left|2P_0Rh + R\rho gh^2 - 2RT\right|$

(C) $\left|P_0\pi R^2 + R\rho gh^2 - 2RT\right|$ (D) $\left|P_0\pi R^2 + R\rho gh^2 + 2RT\right|$

6. कॉच की एक समान नलिका, जिसकी आन्तरिक त्रिज्या (r) है, के दोंनो सिरों को, जो एक जैसे है, एक वाल्व के द्वारा पृथक किया गया है। शुरू में यह वाल्व कसकर बन्द है। सिर–1 पर त्रिज्या r का एक अर्धगोलीय साबुन का बुलबुला है। सिरा–2 पर एक उप–अर्धगोलीय (sub-hemispherical) साबुन का बुलबुला है (चित्र देखें)। वाल्व को खोलने के तुरन्त बाद चित्र :

[IIT 2008 –,]



(A) हवा सिरा–1 से सिरा–2 की ओर बहती है। बुलबुलों के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता।

(B) हवा सिरा–1 से सिरा–2 की ओर बहती है। सिरा–1 पर बुलबुले का आयतन घटता है।

(C) कोई परिवर्तन नहीं होता है।

(D) हवा सिरा–2 से सिरा–1 की ओर बहती है। सिरा–1 पर बुलबुले का आयतन बढ़ता है।

Answers

EXERCISE # 1

PART -1

SECTION (A)

A1. (a)1.51cm, (b)1.75cm

A2. पृष्ठ तनाव बल F_{ab}, F_{cd} तथा भार। साम्यावस्था तभी होगी जब $F_{ab} > F_{cd}$ हो तथा यह फिल्म में साबुन के घोल में सान्द्रता अन्तर के कारण होगा।

A3. 3.98×10^{-2}J

A4. 14.4×10^{-6}J

SECTION (B)

B1. $24\pi R^2 S$

B2. $2^{2/3}$W

B3. (a)$465 N/m^2$ (b)$30 N/m^2$ (c)$38 N/m^2$

PART –II

SECTION (A)

A1.	(B)	A2.	(D)	A3.	(D)
A4.	(C)	A5.	(C)	A6.	(A)
A7.	(A)	A8.	(B)	A9.	(D)
A10.	(D)	A11.	(A)	A12.	(B)
A13.	(A), (C)				
A14.	(A), (B), (D)				

SECTION (B)

B1.	(A)	B2.	(C)	B3.	(D)
B4.	(B)	B5.	(B)	B6.	(C)
B7.	(C)	B8.	(C)	B9.	(B)
B10.	(A)	B11.	(D)	B12.	(A)
B13.	(A)	B14.	(A), (D)		

EXERCISE # 2

1. $190 N/m^2$

2. R=1.5mm

3. $\left[\Delta P = \frac{2T}{\rho g}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right] = 3.53$mm of Hg, पतली नली।

4. $\left[\ell = \frac{P_0 rh}{2\alpha - dgrh} + h\right] = 552$cm

D→ पानी का घनत्व, α-पृष्ठ तनाव।

5. $\left[x = \frac{mg + 4a\alpha}{a^2 dg}\right] = 2.3$cm

6. $\frac{2\pi T^2}{\rho g}$

7. (a) 0.5mm,1.52mm (b) 0.5mm, 1.46mm
(c) 0.5mm, निचली सतह समतल होगी

8. 0.01m, द्रव ऊपरी सिरे तक चढ़ेगा तथा चन्द्रक की त्रिज्या 1.012×10^{-4}m होगी।

11. $h = \frac{4T}{\rho(d_2 - d_1)g} \approx 6$cm

EXERCISE # 3

IIT- JEE ANSWERS

1. $1860 N/m^2$

2. $-1.4\times10^{-4} N/(m-{}^0C)$

3. $\frac{4T}{\rho v^2}$

4. $\frac{\lambda g\sqrt{\alpha^2 + y^2}}{2y} \approx \frac{\lambda g\alpha}{2y}$

5. (B) 6. (B)

MQB

PART –I : OBJECTIVE QUESTIONS

1. क्रान्तिक ताप पर द्रव का पृष्ठ तनाव –
(A) शून्य है। (B) अनन्त है।
(C) किसी भी अन्य तापमानन के समान है। (D) ज्ञात नही कर सकते है।

2. द्रव ठोस की सतह को गीला नही करेगा यदि स्पर्ष कोण है :
(A) 0^0 (B) 45^0 (C) 60^0 (D) $> 90^0$

3. 5cm त्रिज्या की वृत्तकार पट्टिका को पानी की सतह से उठाने के लिए आवष्यक बल है– (पानी का पृष्ठ तनाव 75dyne/cm है)
(A) 30 डाईन (B) 60 डाईन (C) 750 डाईन (D) 750π डाईन

4. एक केषनली में द्रव तक चढ़ता है जब स्पर्ष कोण है –
(A) एक न्यूनकोण (B) एक अधिकोण (C) $\pi/2$ रेडियन (D) π रेडियन

5. गुरूत्व को नगण्य मानते हुए द्रव सतह पर उपस्थित द्रव के कण की स्थितिज ऊर्जा के द्रव के अन्दर उपस्थित अणु की तुलना में।
(A) ज्यादा होगी। (B) कम होगी। (C) बराबर होगी।
(D) द्रव पर निर्भर करेगी, कभी कम, कभी ज्यादा।

6. केषनली का निचला सिरा ऐसे द्रव के सम्पर्क में है जिसका स्पर्ष कोण 90^0 है तो द्रव–
(A) नली में चढ़ेगा। (B) नली में नीचे गिरेगा।
(C) अन्दर गिर या चढ़ सकता है। (D) अन्दर न तो चढ़ेगा और न ही गिरेगा।

7. 10cm लम्बा तार पानी की सतह पर क्षैतिज रखा है तथा इसको 2×10^{-2}N बल से ऊपर की तरफ खींचा जाता है जिसमें यह साम्यावस्था में रहता है तो पानी का पृष्ठ तनाव Nm^{-1} में है –
(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.001 (D) 0.002

8. एक पात्र में समान द्रव्यमान के एल्कोहल (विषिष्ट गुरूत्व 0.8) तथा पानी को एक साथ मिलाया जाता है। इसमें 1mm त्रिज्या की केषनली को ऊर्ध्वाधर डुबोते है। यदि केषनली में मिश्रण 5cm ऊचॉई तक चढ़ता हो तो मिश्रण का पृष्ठ तनाव है।
(A) 217.9 (B) 234.18 (C) 107.9 (D) 10.79

9. केषनली (कांच की) जिसका आन्तरिक व्यास 0.28mm है, को पानी से भरे पात्र में ऊर्ध्वाधर डुबोया जाता है। केषनली में स्थित पानी पर दाब इस प्रकार आरोपित है कि नली में पानी का स्तर, पात्र में पानी के स्तर के बराबर है तो दाब N/m^2 में होगा–(पानी का पृष्ठ तनाव = 0.07N/m तथा वायुमण्डलीय दाब $=10^5N/m^2$ है) :
(A) 10^3 (B) 99×10^3 (C) 100×10^3 (D) 101×10^3

10. आयताकार साबुन फिल्म की विमाओं को $8cm\times3.75cm$ to $10cm\times6cm$ तक बढ़ाने में किया गया कार्य 2×10^{-4}J है। फिल्म का पृष्ठ तनाव N/m होगाः
(A) 1.65×10^{-2} (B) 3.3×10^{-2} (C) 6.6×10^{-2} (D) 8.25×10^{-2}

11. केषनली में 50cm ऊचॉई तक द्रव भरा है। यदि केषनली को 45^0 कोण पर झुकाया जाय तो पाठयांक होगा :
(A) 50cm (B) $50\sqrt{2}$ (C) (D) इनमें से कोई नही

12. जब बेलनाकारर नली को ऊर्ध्वाधर पानी में डुबोते है तो स्पर्ष कोण 140^0 है यदि को 40^0 झुकाव पर डुबोया जाय तो स्पर्ष कोण होगा –
(A) 100^0 (B) 140^0 (C) 180^0 (D) 60^0

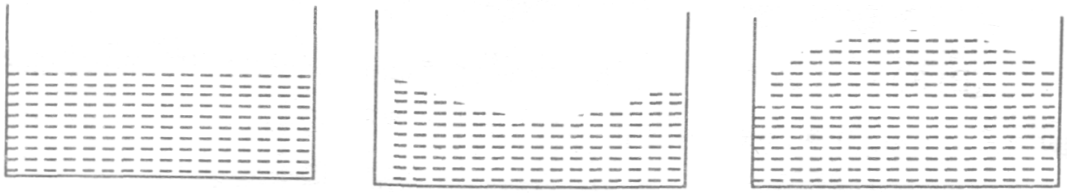
13. पृष्ठ तनाव का गुण –
(A) आयतन बढ़ाता है। (B) आयतन घटता है।
(C) पृष्ठीय क्षेत्रफल बढ़ाता है। (D) पृष्ठीय क्षेत्रफल घटता है।

14. केषनली की त्रिज्या 2×10^{-3}m है। 6.28×10^{-4}N भार का द्रव इसमें स्थिर रहता है। यदि इस द्रव का पृष्ठ तनाव है –
(A) $5\times10^{-3}N/m$ (B) $5\times10^{-2}N/m$ (C) $5N/m$ (D) $50N/m$

15. आन्तरिक त्रिज्या 8cm तथा बाहरी त्रिज्या 9cm की धातु की पतली वलय, सन्तुलन तुला से क्षैतिज में इस प्रकार जुड़ी है कि पारे से भरे पात्र में पानी के सम्पर्क में है। यह देखा जाता है कि 7.48g अतिरिक्त भार इस वलय को उठाने के लिए आवष्यक है तो पानी का पृष्ठ तनाव है –

(A) 80×10^{-3}N/m (B) 75×10^{-3}N/m (C) 65×10^{-3}N/m (D) $70\times10^{-3}\,N/m$

16. तीन द्रव स्तर चित्र में प्रदर्षित है। सही कथन छांटो –



(A) (B) (C)

(A) A द्रव का पृष्ठ तनाव अनन्त है तथा प्रयोगिक रूप से ऐसी सतह सम्भव नहीं है।
(B) B द्रव की स्थिति में, सतह पर स्थित अणु पर परिणामी बल नीचे की तरफ होगा तथा सतह अवतल होगी।
(C) C की स्थिति में, पृष्ठ तनाव के कारण परिणामी बल नीचे की तरफ होगा।
(D) तीनों द्रवों A,B तथा C की सतह साम्यावस्था में है तथा पृष्ठ तनाव के कारण परिणामी बल समान है।

17. एक पतले तार को 3.0cm के व्यास वाली वलय के रूप में मोड़ा जाता है। वलय साबुन के घोल की सतह पर क्षैतिज रखी है तथा धीरे से उठाई जाती है। वलय तथा घोल के मध्य बनी ऊर्ध्वाधर फिल्म को तोड़ने के लिए आवष्यक ऊर्ध्वाधर बल होगा –

(A) $6\pi T$ dyne (B) $2\pi T$ dyne (C) $4\pi T$ dyne (D) $4\pi T$ dyne

18. U- नली की एक भुजा की आन्तरिक त्रिज्या $r_1 = 1mm$ तथा दूसरी भुजा की त्रिज्या $r_2 = 2mm$ है। नली में कुछ मात्रा में पारा भरा है तथा एक भुजा निर्वात पम्प से जुड़ी है। यदि दोनों भुजाओं में पारे का स्तर समान हो तो वायुदाबान्तर होगा – (पारे का पृष्ठ तनाव व घनत्व क्रमषः 480 dyn/cm तथा 13.6 gm/cm है)

(A) Hg 3.53mm (B) Hg 2.53mm (C) Hg 4.53 (D) Hg 5.53mm

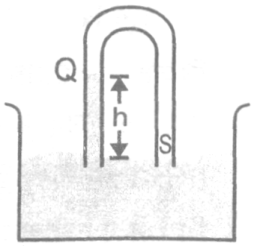
19. एक कांच की प्लेट की लम्बाई 0.1m चौडाई 15×10^{-3}m तथा मोटाई 2×10^{-3}m व हवा में भार 8×10^{-3}kg है। इसको लम्बी भुजा को क्षैतिज रखते हुए ऊर्ध्वाधर रूप से पानी में आधा डुबोया जाता है। यदि पानी का पृष्ठ तनाव 72×10^{-3}N/m हो तो प्लेट का आभासी भार होगा –

(A) 97.4×10^{-3}N (B) 36.1×10^{-3}N (C) 72.2×10^{-3}N (D) 79.4×10^{-3}N

20. जब कांच की प्लेटों को एक–दूसरे पर रखा जाय तो इनको उठाना आसान है। परन्तु यदि एक द्रव की बूंद जैसे पानी की इनके मध्य रख दी जाय तो यह पतली परत के रूप मे फेल जाती है। अब इन दोनों को अलग करने के लिए एक निष्चित खिंचवा बल की आवष्यक पड़ती है। इसका कारण है –

(A) फिल्म के अन्दर दाब बाहर की अपेक्षा कम है।
(B) श्यानता के कारण पानी की पतली परत ज्यादा प्रतिरोध उपस्थित करती है।
(C) फिल्म की सूक्ष्म परतों के मध्य आन्तरकि घर्षण उपस्थित है।
(D) प्लेटों के मध्य विपरीत प्रकृति के स्थिर वैद्युत आवेष उत्पन्न हो जाते है।

21. U- नली को इसके खुले हुए सिरों को उल्टे रखते हुए पानी के बीकर में चित्रानुसार रखा जाता है। इसके सिरों के व्यास क्रमषः 0.5mm तथा 1.0 mm है। ऊपरी भाग में वायुदाब तब तक बढ़ता है जब तक एक सिरे में जल स्तर बाहर के पानी के स्तर के बराबर नहीं हो जाये तो दूसरे सिरे में पानी की ऊचॉई क्या होगी। 10^3kg/m^3 7.5×10^{-2}N/m $\theta = 0^0$



(A) 6.1×10^{-2}m (B) 3.1×10^{-2}m (C) 4.1×10^{-2}m (D) 8.1×10^{-2}m

22* जब एक केषनली को द्रव में डुबोया जाता है, तो नली में चढ़े द्रव की ऊचॉई h है। नली में मुक्त पृष्ठ सतह की आकृति अर्द्धगोलीय है। नली को अब इस प्रकार और दबाया जाता है , कि द्रव के बाहर स्थित नली की ऊचॉई h से कम हो जाती है :

(A) द्रव नली से धीरे–धीरे बाहर निकलेगा।
(B) द्रव नली से धीरे–धीरे फॅवारे के रूप में बाहर निकलेगा।
(C) नली के अन्दर मुक्त पृष्ठ सतह की आकृति अर्द्धगोलीय नहीं होगी।
(D) द्रव नली में भर जाएगा परन्तु ऊपरी सिरे से बाहर नहीं निकलेगा।

23* जब केषनली को द्रव में डुबोया जाता है तो द्रव न तो केषनली में चढ़ता है और न ही गिरता है ? तो

(A) स्पर्ष कोण 90^0 होना चाहिए। (B) स्पर्ष कोण 90^0 हो सकता है।

(C) द्रव का पृष्ठ तनाव शून्य होना चाहिए। (D) द्रव का पृष्ठ तनाव शून्य हो सकता है।

24* द्रव तथा ठोस के मध्य स्पर्ष कोण, गुण है –
(A) द्रव के पदार्थ का (B) ठोस के पदार्थ का
(C) ठोस के द्रव्यमान का (D) ठोस की आकृति कीा

25. हवा में 8mm व्यास का साबुन का बुलबुला बनाया जाता है। द्रव का पृष्ठ तनाव 30dyne/cm हो तो बुलबुले के अन्दर दाब आधिक्य है –
(A) $150\,dyne/cm^2$ (B) $300\,dyne/cm^2$ (C) $3\times10^{-3}\,dyne/cm^2$ (D) $12\,dyne/cm^2$

26. दो पानी की बूँदे मिलाकर बड़ी बनाती है। इस प्रक्रम में ऊर्जा –
(A) उत्पन्न होगी। (B) अवषोषित होगी।
(C) न तो उत्पन्न और न ही अवषोषित (D) कुछ समय उत्पन्न और कुछ समय अवषोषित

27. R त्रिज्या की गोलीय बूंद , 8 समान बूंदो में विभक्त हो जाती है। यदि पृष्ठ तनाव T हो तो इस प्रक्रम में किया गया कार्य है :
(A) $2\pi R^2T$ (B) $3\pi R^2T$ (C) $4\pi R^2T$ (D) $2\pi RT^2$

28. निर्वात में साबुन की त्रिज्या 3 cm तथा दूसरे साबुन के बुलबुले की निर्वात में त्रिज्या 4 cm है। यदि समतापीय स्थिति में दोनों की मिलाया जाय तो नये बुलबुले की त्रिज्या होगी :
(A) 2.3cm (B) 4.5cm (C) 5cm (D) 7cm

29. साबुन के बुलबुले की आकृति निम्न के कारण गोलीय होती है –
(A) पृष्ठ तनाव (B) घनत्व (C) श्यानता (D) तापमान

30. समान द्रव के 4cm तथा 3cm त्रिज्या के बुलबुले को फुलाने में आवष्यक ऊर्जा का अनुपात है –
(A) 4:3 (B) 3:4 (C) 16:9 (D) 64:27

31. पारे की बहुत सारी बूंदे मिलकर रूद्धोष्म रूप से एक बूंद बनाती है। बूंद का तापमान–
(A) बढ़ेगा (B) समान रहेगा (C) घटेगा (D) आकार पर निर्भर करेगा।

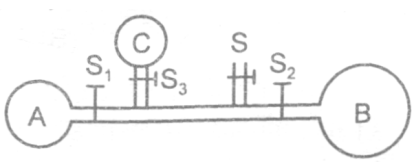
32. 1.0 cm त्रिज्या का साबुन का गोलीय बुलबुला दूसरे 2cm त्रिज्या के बुलबुले के अन्दर बनाया जाता है। यदि केवल एक ऐसा बुलबुला बनाया जाय जिसका दाबान्तर, छोटे व बाहरी बड़े बुलबुले के बीच के दाबान्तर के बराबर हो तो बुलबुले की त्रिज्या होगी –
(A) 0.005m (B) 0.05m (C) 0.0067 (D) 0.067m

33. एक तेल (तेल का घनत्व $=0.85\times10^3 kg/m^3$ के $26\times10^{-6}m$ व्यास का गोलीय कोष 0.2m गहराई पर है। यदि तेल का पृष्ठ तनाव $26\times10^{-6}N/m$ तथा तेल की सतह के ऊपर वायुदाब 76cm पारा स्तम्भ के बराबर हो तो कोष के अन्दर दाब है –
(A) $1.03\times105N/m^2$ (B) $1.07\times10^5N/m^2$ (C) $1.17\times10^5N/m^2$ (D) $3.07\times10^5N/m^2$

34. दो समान्तर कॉच की प्लेटों के बीच एक बूंद रखी है। इन प्लेटों को तब दबाया जाता है। जब तक कि पानी की फिल्म की मोटाई 0.01cm नहीं हो जाय। यदि दोनों प्लेटों के सम्पर्क का क्षेत्रफल $10cm^2$ हो तो दोनों प्लेटों को अलग करने के लिए पृष्ठ तनाव के विरूद्ध लगाया गया बल होगा – $(\sigma = 70\times10^{-3}N/m)$
(A) 1.4N (B) 0.7N (C) 2.8N (D) 1.05N

35. त्रिज्या r=0.05cm की कॉच की केषनली का एक सिरा पानी में h=2cm गहराई तक डूबा है। नली के निचले सिरे पर वायु का बुलबुला फुलाने के किलए आवष्यक दाब होगा : [पानी का पृष्ठ तनाव =70dyn/cm]
(A) $2840\,dyne/cm^2$ (B) $5840\,dyne/cm^2$ (C) $7840\,dyne/cm^2$ (D) $4840\,dyne/cm^2$

36. चित्र में एक केषनली, जिसमें चार टोटियॉ S, S_1, S_2 व S_3 लगायी गई है,य द्वारा फुलाकर साबुन के तीन बुलबुले A,B तथा C बनाये गये है। टोटी S को बन्द तथा S_1, S_2 तथा S_3 को खोलने पर :
(A) B सिकुड़ना आरम्भ करेगा तथा A व C के आयतन में वृद्धि होगी।
(B) C सिकुड़ना आरम्भ करेगा तथा A व B के आयतन में वृद्धि होगी।
(C) C व A, दोनों सिकुड़ना आरम्भ करेंगे तथा B के आयतन में वृद्धि होगी।



(D) सन्तुलन अवस्था में A,Bव C के आयतन समान होंगे।

37. जब झील के तल एक बड़ा बुलबुला ऊपरी सतह की तरफ उठता है तो इसकी त्रिज दुगुनी हो जाती है। वायुदाब पानी स्तम्भ की H ऊचॉई के बराबर है तो झील की गहराई होगी –

(A) H (B) 2H (C) 7H (D) 8H

38* जब एक बूदं बहुत सारी छोटी बूंद में टूटती है तो –

(A) क्षेत्रफल बढ़ेगा। (B) आयतन बढ़ेगा।

(C) ऊर्जा अवषोषित होती है। (D) ऊर्जा उत्पन्न होती है।

PART –II: SUBJECTIVE QUESTIONS

1. कांच की नली को गर्म करने पर इसका सिरा गोल हो जाता है। क्यो समझाओं

2. गर्स सूप, ठण्डे सूप की अपेक्षा अधिक स्वादिष्ठ क्यों लगते है।

3. प्रतिरोधक क्रीम का पृष्ठ तनाव कम होता है क्यों ?

4. कांच की कैषनली पानी में भारहीन अवस्था में उर्ध्वाधर डुबी हुई है। साधारण स्थिति में पानी किस उचॉई तक चढ़ा हुआ प्रेक्षित होगा।

5. क्या अषान्त समुन्द्र को इसकी तरह पर तेल छिड़क कर शान्त किया जा सकता है ?

6. थर्मामीटर नली में पारे को भरना कठिन क्यों है।

7. किसकों अच्छी तरह छिड़कना आसान है, पारे को या पानी को। समझाओं।

8. खेतों की जुताई (खुदाई) का उपयोग क्या है ?

9. नये मिट्टी के बर्तनो में पानी , पुराने बर्तनों की अपेक्षा ज्यादा ठण्डा रहता है। क्यो ?

10. स्टील की एक पतली सुई पानी में तैरती है जबकि पानी में साबुन घोलने पर सुई डुब जाती है। क्यों ?

11. 10cm केषनली पानी के अन्दर 1cm उर्ध्वाधर डुबी है तथा शेष बाहर है। केषनली में चढ़े पानी की ऊचॉई 8cm है। यदि केष नली को मध्य में तोड़ दिया जाये तो चढ़े हुए पानी की स्थिति क्या होगी ?

12. यदि केषनली की लम्बाई आवष्यकता से कम हो तो क्या पानी केषनली से बाहर निकलेगा। समझाओं

13. दो माचिस की तीलियां पानी की सतह पर एक दूसरे के समान्तर तैर रही है। एक गर्म सुई इन दोनों के बीच पानी में स्पर्ष कराते है तो ये तीलियां एक–दूसरे से दूर भागती है। समझाओं

14. केषनली में पानी 20cm तक चढ़ता है। एक दूसरी केषनली जिसकी त्रिज्या पहली की एक तिहाई है, में पानी कितना चढ़ेगा। यदि पहली केषनली उर्ध्वाधर से 60^0 झुक जाय तो इस नली में पानी की स्थिति क्या होगी।

15. कांच की केषनली ने पानी 9cm तक चढ़ता हैं जबकि पारा 3.4cm तक गिर जाता है। इसे केषनली में माना पानी कांच व पारे कांच के बीच स्पर्ष कोण क्रमषः 0^0 व 135^0 है। पारे तथा पानी के पृष्ठ तनावों का अनुपात ज्ञात करों।

16. L भुजा का वर्गाकार फ्रेम साबुन के घोल में डुबा हुआ हैं जब इसको द्रव से बाहर निकला जाता है। तो इसके अन्दर साबुन को फिल्म बनती है। यदि साबुन का पृष्ठ तनाव T हो तो फ्रेम पर कार्यरत बल ..... है।

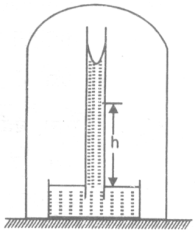
17. द्रव में अत्यधिक घुलनषील अषुद्धि के कारण द्रव का पृष्ठ तनाव ..... है।

18. ऐसे द्रव जो द्रव की सतह को गीला नही करते , के लिए स्पर्ष कोण ..... होता है।

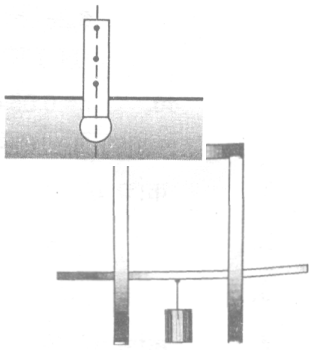
19. कांच की केषनली में पानी 5cm ऊचाई तक चढ़ता है। यदि कांच का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल घटाकार प्रारम्भिक मान का 1/16 भाग कर दिया जाये तो पानी की ऊचॉई 40cm हो जाती है। सत्य/असत्य बताओं।

20. r =1mm त्रिज्या की लम्बी केषनली दोनों सिरो से खुली है तथा पानी से भरकर उर्ध्वाधर रखी है। केषनली में पानी की बची हुई ऊचॉई ज्ञात करों। केषनली की दीवार की चौड़ाई नगण्य है।

21. द्रस से भरे पात्र में चित्रानुसार केषनली रखी है इस द्रव का वाष्पदाब नगण्य है। द्रव का घनत्व ρ है। पात्र तथा केषनली पम्प से जुड़े जार में निर्वात में रखी है (चित्र) पात्र के द्रव स्तर से ऊपर केषनली में h ऊॅचाई पर द्रव के अन्दर दाब ज्ञात करों।



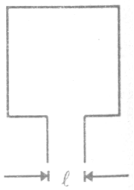
22. एकेडेमिसीयन रेबिन्डर ने एक युक्ति बनाई जो कि द्रव में डुबी केषनली के सिरे पर बुलबुला बनाने के लिए दाबान्तर का प्रयोग करते हुए पृष्ठ तनाव ज्ञात करती है। पृष्ठ तनाव ज्ञात करो यदि केषनली की त्रिज्या r =1mm तथा बुलबुला बनने के दौरान दाबान्तर $\Delta P = 14mm$ पानी के स्तम्भ के बराबर है। केषनली का सिरा द्रव सतह के पास है।



23. आयाताकार तार के फ्रेम की एक भुजा गति के लिए स्वन्त्र है। इस फ्रेम में साबुन की फिल्म बनाई जाती है (चित्र) इस गतिमान भुजा पर कितना बल लगाये कि यह प्रतिसन्तुलित हो जाए ? भुजा S=2cm दूरी तक गति करने में किया गया कार्य क्या होगा ? जब इस फिल्म की सतह घटती है तो किये गये कार्य का स्त्रोत क्या होगा तथा इस कार्य में किस प्रकार की ऊर्जा उत्पन्न होगी ? गतिमान भुजा की लम्बाई $\ell = 6cm$ है। साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव $\alpha = 40\,dyne/cm$ है।

24. r त्रिज्या की केषनली , पृष्ठतनाव α तथा घनत्व d के भिगोने वाले द्रव में डुबोई जाती है। तो ऊचॉई h_0 ज्ञात करे , जाहं तक द्रव केषनली में चढ़ता है। पृष्ठतनाव के कारण किया गया कार्य ज्ञात करो तथा केषनली में द्रव द्वारा प्राप्त स्थितिज ऊर्जा भी ज्ञात करो तथा दोनों की तुलना करो ? प्राप्त परिणाम में अन्तर को समझाइये।

25. दृढ़ कागज का हल्का व खुला फ्रेम चित्रानुसार पानी की सतह पर तैर रहा है। फ्रेम पर क्या प्रभाव पड़ेगा , यदि इसके अन्दर कुछ साबुन का घोल डाल दिया जाय ? फ्रेम पर क्या बल ललेगा तथा कौनसी दिषा में कार्यरत होगा।



26. U- नली क्रमषः 1mm तथा 2mm व्यास की नलियों से बनाई जाती है। इस नली को ऊर्ध्वाधर रखते है तथा पृष्ठ तनाव 49dyn/cm तथा शून्य स्पर्ष कोण के द्रव से इसको आंषिक भरा जाता है। यदि नवचन्द्राकें के स्तरों में अन्तर 1.25cm हो तो द्रव का घनत्व ज्ञात करो।

27. साबुन का बुलबुला कुछ समय बाद फट जाता है। क्यों ?

28. साबुन मिले हुए पानी को छिड़कना आसान है , कयों समझाइये ?

29. दो कॉच की प्लेटों के मध्य यदि पतली पानी की परत उपस्थित हो तो इनको अलग–अलग करने के लिए अत्यधिक बल की आवष्यकता होती है। क्यों ?

30. साबुन के बुलबुले में हवा भरी जाती है। साबुन के बुलबुले में दाब का प्रभाव क्या होगा ?

31. जब पारे की बूंदो को सम्पर्क रखा जाता है तो वे मिलकर बड़ी बूंद क्यों बना लेती है तथा यह भी समझाओं कि बड़ी बूंद का तापमान छोटी बूंद के बराबर, या ज्यादा या कम होगा।

32. पानी की सतह पर रखी तेल की बूंद फेल जाती है। परन्तु तेल की सतह पर रखी पानी की बूंद गोलीय आकार ग्रहरण करती है। दोनों घटनाओं का समझाओं।

33. D व्यास तथा S पृष्ठ तनाव के बुलबुले में दाब आधिक्य ..... है।

34. V आयतन का बुलबुला फुलाने में किया गया कार्य W है तो 2V आयतन का बुलबुला फुलाने में किया गया कार्य ..... होगा।

35. यदि साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव T हो तो D से 2D व्यास के बुलबुले को फुलाने में किया गया कार्य $8\pi D^2T$ होगा (सत्य/असत्य बताओ)

36. साबुन के बुलबुलों में दाब 1.01 तथा 1.02 वायुमण्डलीय है। इसके आयतनों का अनुपात 2:1 होगा। (सत्य/असत्य बताओ)

37. चलायमान पिस्टन वाले बेलन में p_1 दाब पर हवा भरी है तथा इसमें r त्रिज्या का साबुन का बुलबुला स्थित है। पृष्ठ तनाव σ तथा तापमान T नियत रखा जाता है। दाब p_2 ज्ञात करो , जहां तक पिस्टन को धीरे से बेलन के अन्दर दबाने पर गैस इस प्रकार सम्पीड़ित होती है , ताकि साबुन के बुलबुले का आकार आधा हो जाए।

38. माना बारिष के पानी का पृष्ठ तनाव 72dyn/cm हो तो बारिष की बूंद के अन्दर तथा बाहर के दाब में अन्तर ज्ञात करो यदि इस बूंद का व्यासव 0.02cm है। दाबान्तर का मान क्या होना चाहिए कि वाष्पन के कारण बूंद का व्यास घटकर 0.0002 cm रह जाए।

39. तार का लूप, साबुन के घोल में डुबाकर बाहरर निकाला जाता है। जिससें साबुन के घोल की फिल्म बन जाती है। इस फिल्म पर 6.28cm लम्बे धागे का लूप सावधीन पूर्वक रख दिया जाता है तथा लूप के अन्दर की फिल्म सुई से तोड़ दी जाती है। धागे का लूप वृत्ताकार आकृति प्राप्त कर लेता है। धागे में तनाव ज्ञात कीजिए। साबुन के घोलका पृष्ठ तनाव =0.030N/m ।

40. r=0.05cm त्रिज्या की कॉच की केषनली का एक सिरा पानी में h=2cm तक डूबा हुआ है। नली के निचले सिरे पर हवा का बुलबुला फूलाने के लिए कितने दाब की आवष्यकता होगी ? [पानी का पृष्ठ तनाव =70dyn/cm] [g=10]

41. 5.0 mm त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के अन्दर दाब आधिक्य क्या होगा ? दिया है साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव $2.5\times10^{-2}N/m$ है। यदि साबुन के घोल (आपेक्षिक घनत्व 1.2) में 40.0cm गहराई पर समान त्रिज्या का हवा बुलबुला बनाया जाय तो बुलबुले के अन्दर दाब क्या होगा। $\left[1atm=1.01\times10^{5}N/m^{2}\right]$

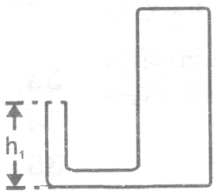
42. वाययुक्त बेलन जोकि मूलतः $10^{5}N/m^{2}$ दाब पर है, में $2.4\times10^{-4}m$ त्रिज्या का एक बुलबुला स्थित है। अब बेलन की वायु को तब तक सम्पीड़ित किया जाता है जब तक बुलबुले का आयतन आधा नहीं रह जाय। अब बेलन में हवा का दाब ज्ञात करो। साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव 0.08N/m है।

43. पारे की बूंद 'R' त्रिज्या तथा 'h' मोटाई की चपटी गोली (चकती) के रूप में दो क्षैतिज कांच की प्लेटों के बीच स्थित है। माना h<<R है। उस भार के लिए व्यंजक ज्ञात करो जिसको ऊपरी प्लेट पर रखने पर प्लेंटों के बीच की दूरी 'n' गुना कम हो जातीहै। स्पर्ष कोण $=\theta$ है। भार ज्ञात करो , यदि R=2cm, h=0.38mm, n=2 तथा $\theta=135^{0}$, Hg का पृष्ठ तनाव =0.49N/m है।

44. r=0.2mm त्रिज्या तथा l=8cm लम्बाई की केषनली का निचला सिरा पानी में डूबा हुआ है। पानी का ताप नियत तथा $T_{low}=0^{0}C$ के बराबर है। केषनली के ऊपरी सिरे का ताप $T_{up}=100^{0}C$ ऊचॉई h ज्ञात करो जहां तक पानी केषनली में चढ़ता है। माना केषनली की ऊष्मीय चालकता से बहुत ज्यादा है। वातारण से ऊष्मा आदान–प्रदान नगण्य है। ताप पर निर्भर पानी के निम्न पृष्ठ तनाव मानो का प्रयोग करो –

$T,{}^{0}C$	0	20	50	90
σ , mN/m	76	73	67	60

45. r त्रिज्या तथा h_1 ऊचॉई की केषनली एक चौड़ी केषनली से चित्रानुसार जुड़ी है। चौड़ी नली को समान समयान्तराल में पानी की बूंदे डालकर भरा जाता है। दोंनों नलियों के जलस्तर में समय के साथ परिवर्तन का ग्राफ प्रदर्षित करो तथा दोनों स्तरों के अन्तर में परिवर्तन को भी प्रदर्षित करें। चौड़ी नलीमें अधिकतम जलस्तर तथा जलस्तरों में अधिकतम अन्तर ज्ञात करो। पानी का पृष्ठ तनाव α है।



Answers

MQB

PART –I

1.	(A)	2.	(D)	3.	(D)
4.	(A)	5.	(A)	6.	(D)
7.	(A)	8.	(A)	9.	(D)
10.	(B)	11.	(B)	12.	(B)
13.	(D)	14.	(B)	15.	(D)
16.	(C)	17.	(A)	18.	(A)
19.	(D)	20.	(A)	21.	(B)
22.	(C), (D)	23.	(B), (D)	24.	(A), (B)
25.	(B)	26.	(A)	27.	(C)
28.	(C)	29.	(A)	30.	(C)
31.	(A)	32.	(C)	33.	(B)
34.	(A)	35.	(D)	36.	(C)
37.	(C)	38.	(A), (C)		

PART –II

1. अल्प पृष्ठीय क्षेत्रफल के कारण

2. उच्च ताप पर पृष्ठ तनाव कम हो जाता है तथा यह जीभ पर समान पृष्ठीय ऊर्जा के लिए अच्छी तरह फैल जाता है।

3. जिससे यह अधिक क्षेत्रफल तक फैल सके।

4. नली की सम्पूण ऊचाई तक चढ़ जाएगा।

5. हॉ, तेल छिड़कने पर पानी का पृष्ठ तनाव कम हो जाता है। हवा तेल की फिल्म को अपने साथ आगे बढ़ाती है जिससे उच्च पृष्ठ तनाव का साफ पानी पीछे रह जाता है। यह साफ पानी पीछे की ओर बल लगता है।

6. अधिक संसजक बल के करण

7. पानी को, कम पृष्ठ तनाव के कारण

8. मिट्ट की नमी को बनाये रखने में तथा केषनलीयों को तोड़ने के लिए

9. अधिक केषनलीयों के कारण

10. पृष्ठ तनाव घट जाता है।

11. टुटी हुई नली में ऊपरी सिरे तक चढ़ जाएगा।

12. नहीं, नवचन्द्रक समायोजित हो जाता है।

13. गर्म सुई के कारण इन दोनों के बीच के पानी का पृष्ठ तनाव घट जाता है। इसके फलस्वरूप बाहय परतो के कारण परिणामी बल बाहर की तरफ होता है।

14. 6cm,4cm

15. 7.2:1

16. 8TL

17. बढ़ता

18. अधिककोण **19.** असत्य

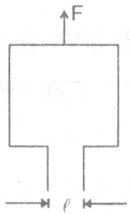
20. 2.8cm **21.** -rgh

22. 70dyn/cm

23. F=480dyn, w=960erg

24. $\left[\frac{2\alpha}{dgr}, \frac{4\pi\alpha^2}{dg}, \frac{2\pi\alpha^2}{dg}\right]$

25. फ्रेम पर $F=(\alpha_1-\alpha_2)\ell$ बल कार्यरत होगा तथा यह बल की दिषा में गति करेगा। α_1 तथा α_2 पानी तथा साबुन के घोल के पृष्ठ तनाव है।



26. $0.7991\ g/cm^3$

27. जब इसके अन्दर दाब ज्यादा हो जाये।

28. साबुन घोलने से पृष्ठ तनाव घट जाता है तथा कम कार्य की आवष्यकता होती है।

29. द्रव की आन्तरिक परत के अन्दर दाब घटने के कारण।

30. हवा भरने के कारण बुलबुले का आकार अर्थात् त्रिज्या बढ़ती है , दाब घटता है।

31. पृष्ठ तनाव के कारण द्रव न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल में रहना चाहता है। ऊर्जा सरंक्षण के कारण बड़ी बूंद का तापमान ज्यादा होगा।

32. पृष्ठ तनाव के कारण , तेल का पृष्ठ तना पानी के पृष्ठ तनाव से कम होता है।

33. 8S/D

34. $2^{2/3}W$

35. असत्य

36. असत्य

37. $\left[p_2=8p_1+\frac{24\sigma}{r}\right]$

38. $1.44\times10^4\,dyn/cm^2$ and $1.44\times10^7\,dyn/cm^2$

39. $3\times10^{-4}N$

40. $4800dyn/cm^2$

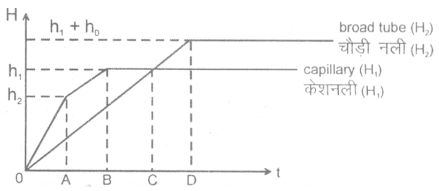
41. $20N/m^2, 1.05714\times10^5N/m^2$

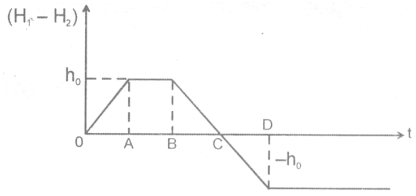
42. $8.08\times10^5N/m^2$

43. 1.4kg

44. 6.4cm

45.





स्तरों में अधिकतम अन्तर $h_0 = \frac{2\alpha}{dgr}$

अधिकतम ऊचॉई $= h_1 + h_0$